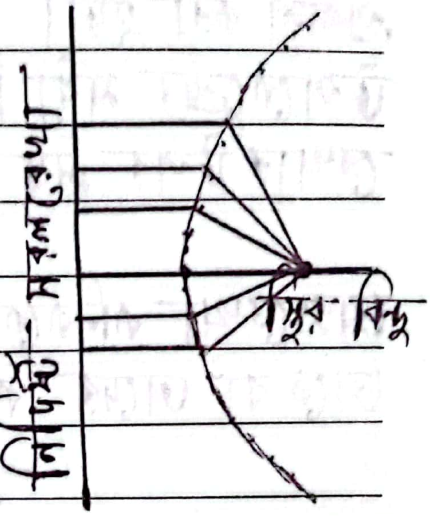
Sub: Conics

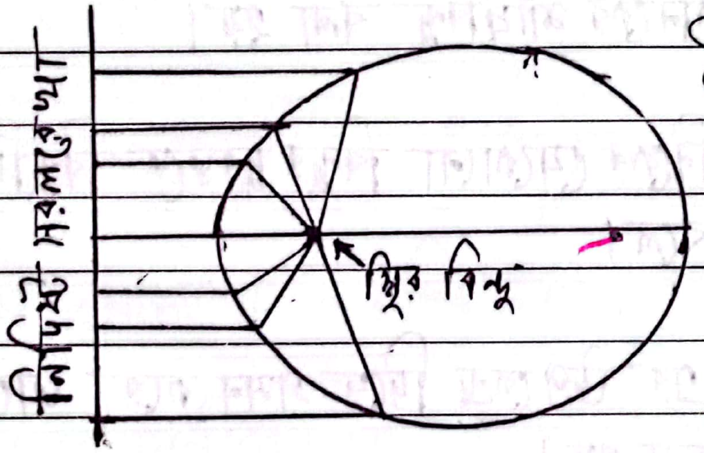
Daily Note's

Date: 23-09-20 Wednesday

কনিক: কোনো সমতলে একটি স্থির বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা হতে যেসব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত একটি স্থির ধ্রুবক সেসব বিন্দুর সেট দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথকে কনিক বলা হয়।

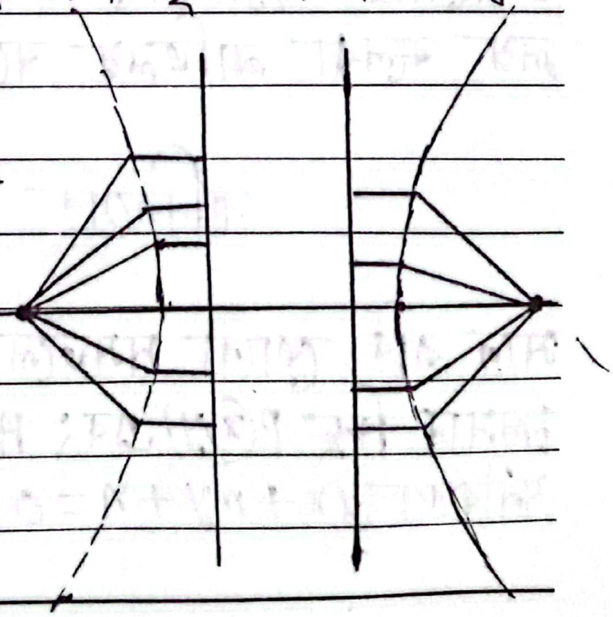
স্থির বিন্দু ও নির্দিষ্ট সরলরেখা হতে সমদূরবর্তী বিন্দুর সেটসমূহ পরাবৃত্ত।





স্থির বিন্দু ও নির্দিষ্ট সরলরেখা হতে যেসব বিন্দুসমূহের অনুপাত $= e<1$ যেসব বিন্দু দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথকে উপবৃত্ত বলে।

স্থির বিন্দু ও নির্দিষ্ট সরলরেখা হতে যেসব বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত $= e>1$ যেসব বিন্দু দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথকে অধিবৃত্ত বলে।



বুদ্ধিমান ও সত্যবাদী ব্যক্তি ছাড়া আর কারো সঙ্গ কামনা করো না।–হযরত আলী (রা.)

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

স্থির বিন্দুটিকে উপকেন্দ্র বলা হয়।
নির্দিষ্ট রেখাটিকে নিয়ামক রেখা বলে।
ধ্রুবক অনুপাতটিকে উৎকেন্দ্রিকতা বলা হয়। একে e দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উপকেন্দ্রের মধ্য দিয়ে অঙ্কিত যে রেখাটি নিয়ামক রেখার উপর লম্ব তাকে কনিকের অক্ষরেখা বলে।

অক্ষরেখা কনিককে যে বিন্দু বা বিন্দু দুইটিতে ছেদ করে তাকে বা তাদের কনিকের শীর্ষবিন্দু বলা হয়।

উপকেন্দ্র থেকে কনিকের যেকোনো বিন্দুর দূরত্বকে বিন্দুটির উপকেন্দ্রিক দূরত্ব বলে।

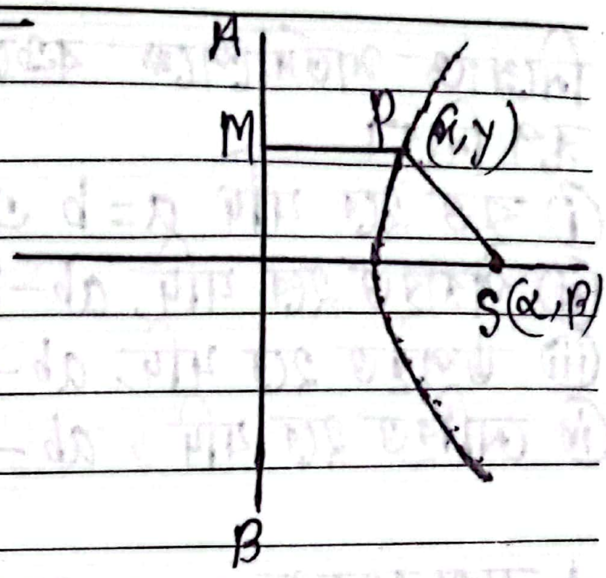
কনিকের যে জ্যা এর উপকেন্দ্র দিয়ে গমন করে তাকে উপকেন্দ্রিক জ্যা বলা হয়।

উপকেন্দ্রিক জ্যা অক্ষের উপর লম্ব হলে তাকে উপকেন্দ্রিক লম্ব ~~বলে~~বা নাভিলম্ব বলে।

কনিকের সাধারণ সমীকরণ নির্ণয়

মনে করি, কোনো সমতলে ~~স্থির~~ একটি স্থির বিন্দু $S(\alpha,\beta)$, চলমান বিন্দু $P(x,y)$ এবং AB নির্দিষ্ট রেখা যার সমীকরণ $lx+my+n=0$।

স্থির বিন্দু S হতে P(x,y) চলমান বিন্দুর দূরত্ব SP এবং নির্দিষ্ট রেখা AB থেকে P চলমান বিন্দুর লম্ব দূরত্ব PM



∴ কনিকের সংজ্ঞানুসারে,

$$\frac{SP}{PM} = ধ্রুবক = e$$

$$SP = e\,PM$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2} = e\frac{(lx+my+n)}{\sqrt{l^2+m^2}} \quad \text{---} (i)$$

ইহাই যেকোনো আকৃতির কনিকের সাধারণ সমীকরণ।

(i) নং কে সরলীকরণ করলে নিম্নোক্ত ধরণের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

$$ax^2+by^2+2hxy+2gx+2fy+c=0$$

সমীকরণটিতে,

① $\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$ হলে একজোড়া সরলরেখার সমীকরণ পাওয়া যাবে।

② $\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \neq 0$ হলে বক্ররেখার সমীকরণ পাওয়া যাবে।

Scanned with CamScanner

নিম্নোক্ত শর্তসাপেক্ষে বক্ররেখাটি বিভিন্ন ধরণের কনিকের রূপ নিবে।

(i) বৃত্ত হবে যদি $a=b$ এবং $h=0$ হয়

(ii) পরাবৃত্ত হবে যদি, $ab-h^2=0$ হয়

(iii) উপবৃত্ত হবে যদি, $ab-h^2>0$ হয়

(iv) অধিবৃত্ত হবে, যদি, $ab-h^2<0$ হয়।

★ বৃত্তের ক্ষেত্রে $e=0$ এবং সরলরেখার ক্ষেত্রে $e=\infty$

Topic: সমীকরণ থেকে কনিকস নির্ধারণের সমস্যাবলী ও সমাধান

Pb^m→01: $2x^2+2y^2+4x+6y+4xy+1=0$ বক্ররেখাটি কোন ধরণের কনিকস?

Sol^n: দেওয়া আছে

$$2x^2+2y^2+4x+6y+4xy+1=0 \quad \text{—(i)}$$

কনিকসের সাধারণ সমীকরণ—

$$ax^2+by^2+2gx+2fy+2hxy=0 \quad \text{—(ii)}$$

i ও ii তুলনা করে পাই,

$a=2$

$b=2$

$h=2$

এখন, $ab-h^2=2\times2-2^2=0$

∴ (i) নং বক্ররেখাটি একটি পরাবৃত্ত।

Pbm→02: $2x^2+y^2+4xy+x+2y+1=0$ বক্ররেখাটি কোন ধরণের কণিকস?

Solⁿ: দেওয়া আছে,

$$2x^2+y^2+4xy+x+2y+1=0 \quad \text{---(i)}$$

কনিকসের সাধারণ সমীকরণ—

$$ax^2+by^2+2gx+2fy+2hxy+c=0 \quad \text{---(ii)}$$

i ও ii তুলনা করে পাই,

$a=2$

$b=1$

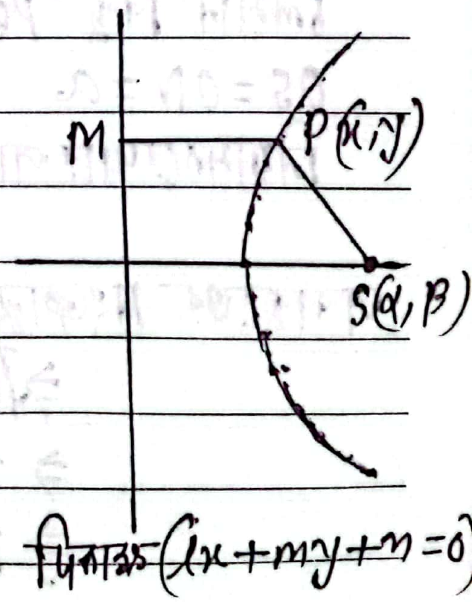
$h=2$

এখন, $ab-h^2 = 2-2^2 = -2<0$

∴ বক্ররেখাটি একটি অধিবৃত্ত।

পরাবৃত্ত (Parabola)

কোনো সমতলে একটি স্থির বিন্দু ও একটি নির্দিষ্ট সরলরেখা হতে সমদূরবর্তী বিন্দুসমূহের সেট দ্বারা গঠিত সঞ্চারপথকে পরাবৃত্ত বলে।



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,

$$SP = PM$$

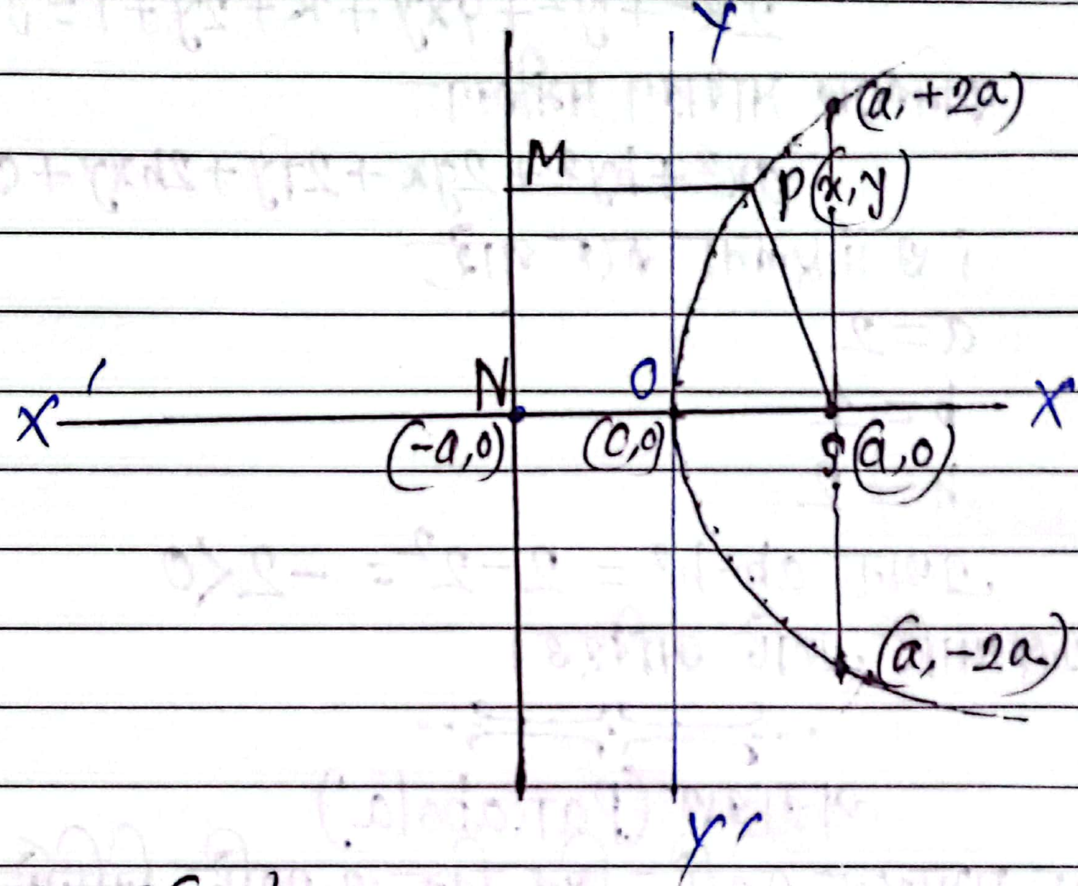
$$\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2} = \frac{lx+my+n}{\sqrt{l^2+m^2}}$$

ইহাই পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ—

Scanned with CamScanner

পরাবৃত্তের সরল সমীকরণ

মনে করি, স্থির বিন্দু $S(a,0)$, চলমান বিন্দু $P(x,y)$ এবং দিকাক্ষ বা নির্দিষ্ট রেখা, $x+a=0$



উপকেন্দ্র $S(a,0)$

শীর্ষবিন্দু $O(0,0)$

চলমান বিন্দু $P(x,y)$

$OS = ON = a$

নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু $N(-a,0)$.

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-a)^2+(y-0)^2} = \frac{x+a}{\sqrt{1}}$$

$$\Rightarrow x^2-2ax+a^2+y^2 = x^2+2ax+a^2$$

$$\Rightarrow y^2 = 4ax$$

Scanned with CamScanner

★ পরাবৃত্তের সরল সমীকরণ; $y^2 = 4ax$

বিভিন্ন আকারের পরাবৃত্তের সমীকরণ ও সংশ্লিষ্ট তথ্যাদি

পরাবৃত্তের আকার:	$y^2 = 4ax$	$x^2 = 4ay$	$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha)$	$(x-\alpha)^2 = 4a(y-\beta)$
1. শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক	$(0,0)$	$(0,0)$	(α,β)	(α,β)
2. উপকেন্দ্র	$(a,0)$	$(0,a)$	$(\alpha+a), \beta$	$(\alpha, \beta+a)$
3. দিকাক্ষের পাদঃ স্থানাঙ্ক	$(-a,0)$	$(0,-a)$	$(-a+\alpha), \beta$	~~$(-a+\beta)$~~ $\alpha, (-a+\beta)$
4. অক্ষরেখার সমীকরণ	$y=0$	$x=0$	$y-\beta=0$	$x-\alpha=0$
5. দিকাক্ষের সমীকরণ	$x=-a$	$y=-a$	$x-\alpha=-a$	$y-\beta=-a$
6. উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x=a$	$y=a$	$x-\alpha=a$	$y-\beta=a$
7. শীর্ষে স্পর্শকের সমী:	$x=0$	$y=0$	$x-\alpha=0$	$y-\beta=0$
8. উপকেন্দ্রিক লঃ দৈর্ঘ্য	$4\|a\|$	$4\|a\|$	$4\|a\|$	$4\|a\|$
9. উপঃ লঃ প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক	$a, \pm 2a$	$\pm 2a, a$	$(a+\alpha), (\pm 2a+\beta)$	$(\pm 2a+\alpha), (a+\beta)$

Scanned with CamScanner

Topic: পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন

সমীকরণ থেকে পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য নিম্নোক্ত প্রক্রিয়াগুলো অনুসরণ করতে হয়।

(i) পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু নির্ণয় করতে হবে।

(ii) যে চলকের পাওয়ার 1 পরাবৃত্তটি সেই অক্ষে বা তার সমান্তরাল অক্ষে অবস্থান করবে।

(iii) যে চলকের পাওয়ার 1 তার সহগের চিহ্ন অনুযায়ী পরাবৃত্তটি 'হা' করবে।

Ex→01: $(y-1)^2 = -16(x-2)$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

⇒ দেওয়া আছে

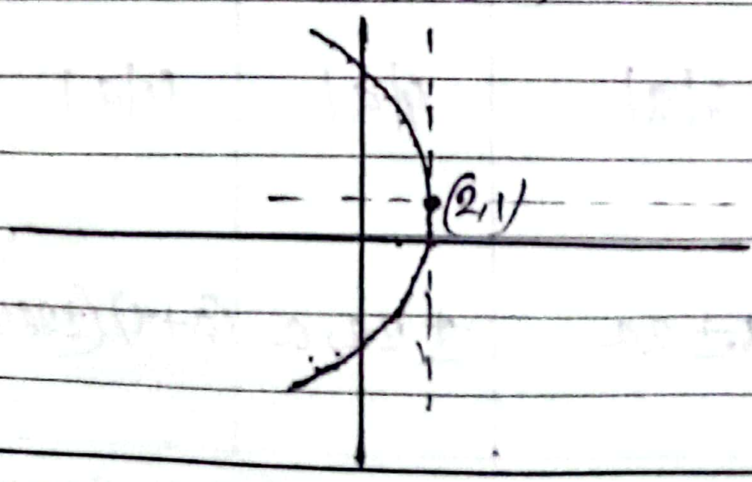
$$(y-1)^2 = -16(x-2) \quad \text{—(i)}$$

পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (0,0)

$\therefore x-2=0$ | $y-1=0$

$x=2$ | $y=1$

i নং পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (2,1)



Scanned with CamScanner

Ex→02: $(x+2)^2 = -32(y+4)$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

⇒ দেওয়া আছে,

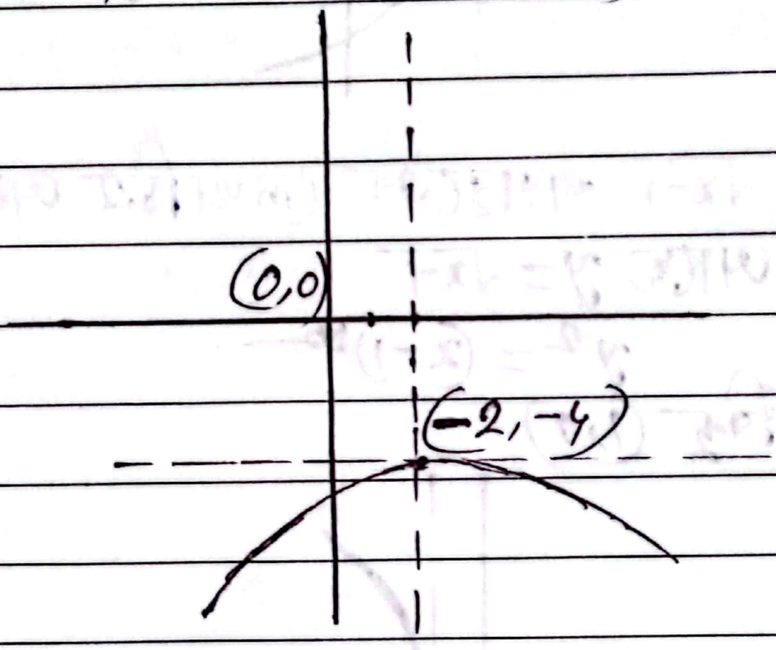
$$(x+2)^2 = -32(y+4) \quad \text{--- (i)}$$

আদর্শ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(0,0)$

$\therefore x+2=0 \quad | \quad y+4=0$

$x=-2 \quad | \quad y=-4$

i নং পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $(-2,-4)$



Ex: 03 → $3y^2-10x-12y-18=0$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

⇒ $3y^2-10x-12y-18=0$

$\Rightarrow 3y^2-12y-18=10x$

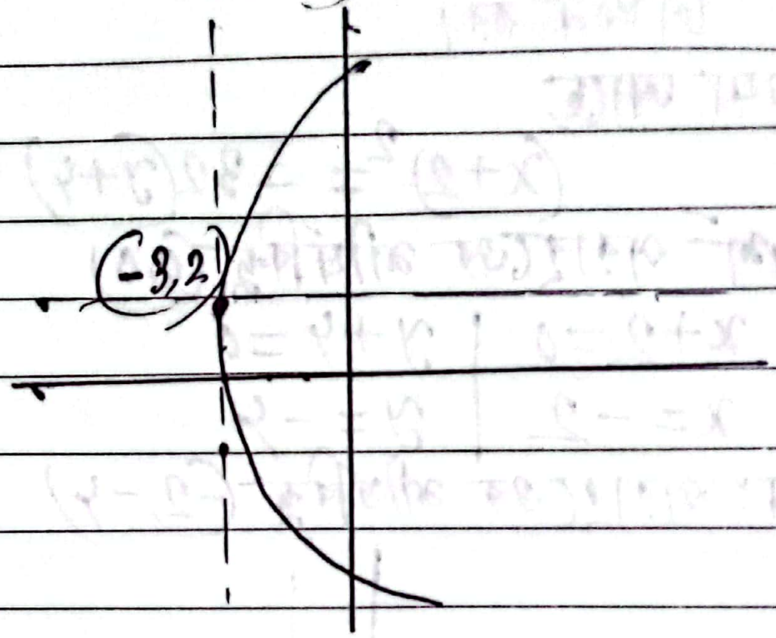
$\Rightarrow 3(y^2-4y+4)-30=10x$

$\Rightarrow 3(y-2)^2=10x+30$

$\Rightarrow (y-2)^2=\frac{10}{3}(x+3)$

Scanned with CamScanner

∴ পরাবৃত্তটির শীর্ষবিন্দু (-3, 2)

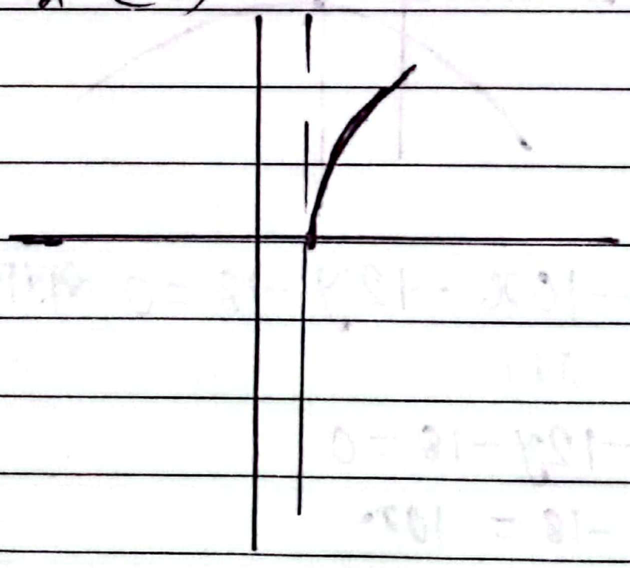


Ex-04: $y=\sqrt{x-1}$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

⇒ দেওয়া আছে, $y=\sqrt{x-1}$

$y^2=(x-1)$

শীর্ষবিন্দু (1,0)



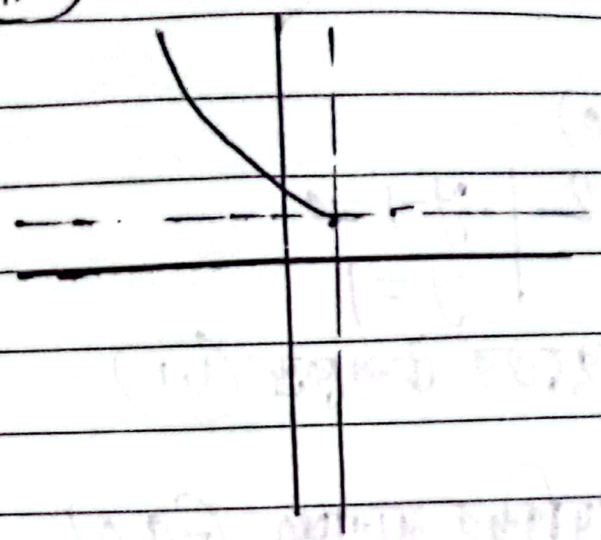
Ex-05: $x-1=-\sqrt{y-1}$ পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

$\Rightarrow x-1=-\sqrt{y-1}$

$\Rightarrow (x-1)^2=y-1$

Scanned with CamScanner

শীর্ষবিন্দু (1,1)



Topic: পরাবৃত্তের সমীকরণ হতে সংশ্লিষ্ট তথ্যাদি নির্ণয়

① $y^2+8x-2y-23=0$ পরাবৃত্তের সংশ্লিষ্ট তথ্যাদি নির্ণয় কর।

$\Rightarrow y^2+8x-2y-23=0$

$\Rightarrow y^2-2y+1=24-8x$

$\Rightarrow (y-1)^2=-8(x-3)$

$\Rightarrow (y-1)^2=-4\times 2(x-3)$

$\Rightarrow Y^2=+4aX$ —①

যেখানে $Y=y-1$

$a=-2$

$X=x-3$

① নং পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু 0,0

$\therefore y-1=0$	$x-3=0$
$y=1$	$x=3$

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

প্রদত্ত পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (3,1)

উপকেন্দ্র (a,0)

$x-3=-2$ | $y-1=0$

$x=1$ | $y=1$

প্রদত্ত উক্ত পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র (1,1)

দিকাক্ষরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক (-a,0)

$x-3=2$ | $y-1=0$

$x=5$ | $y=1$

দিকাক্ষরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক (5,1)

অক্ষরেখার সমীকরণ, $Y=0$

$y-1=0$

দিকাক্ষ রেখার সমীকরণ $X=-a$

$x-3=2$

$x=5$

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $X=a$

$x-3=-2$

$x=1$

শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ, $X=0$

$x-3=0$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য $= 4|-2|$

$=8$

Sub: Daily Note's Date:

উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক, $a, \pm 2a$

$X = a$ | $y-1 = \pm 2(-2)$

$x-3 = -2$ | $y = \pm 4 + 1$

$x = 1$

$\therefore$ উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক $(1, \pm 4 + 1)$

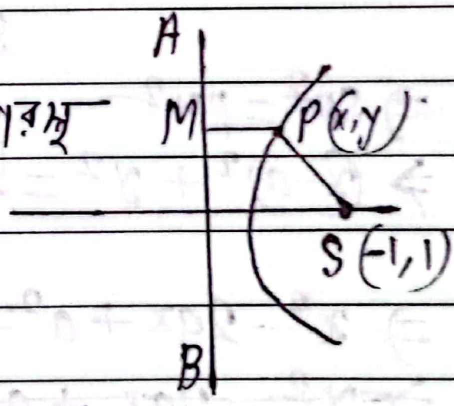
Then Go to Page No 47

পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যাবলী ও সমাধান

Type 1: ফোকাস ও দিকাক্ষরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকলে

Pbm→01: $(-1, 1)$ উপকেন্দ্র ও $x+y+1=0$ নিয়ামক রেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: মনে করি, $P(x, y)$ পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু।



দেওয়া আছে, উপকেন্দ্র $S(-1, 1)$

দিকাক্ষ, $AB \equiv x+y+1=0$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = \frac{(x+y+1)^2}{(\sqrt{2})^2}$

$\Rightarrow 2(x^2+2x+1+y^2-2y+1) = x^2+y^2+1+2xy+2y+2x$

Sub: Daily Note's Date:

$x^2+y^2+2x-6y-2xy+3=0$

$\Rightarrow (x-y)^2+2x-6y+3=0$

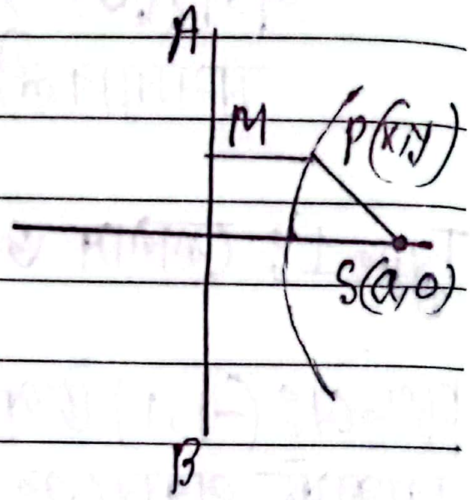
ইহাই নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ

Pbm → 02: (a,0) উপকেন্দ্র ও $x-c=0$ নিয়ামকরেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solm: মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x,y)$

উপকেন্দ্র $S(a,0)$

দিকাক্ষ $AB \equiv x-c=0$



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে,

$$SP = PM$$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x-a)^2+y^2 = \frac{(x-c)^2}{1}$

$\Rightarrow x^2-2ax+a^2+y^2-x^2+2xc-c^2=0$

~~$\Rightarrow y^2-2ax+a^2-c^2=0$~~

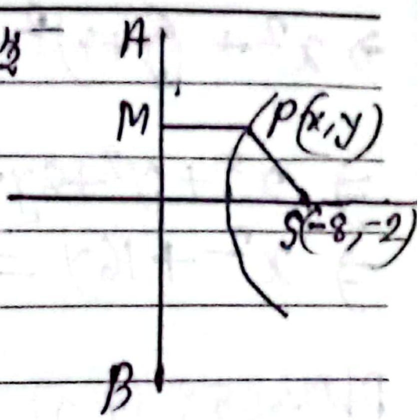
$\Rightarrow y^2-2ax+2xc+a^2-c^2=0$

$\Rightarrow y^2 = 2x(a-c)+c^2-a^2$ (Ans.)

Pbm → 03: (−8,−2) উপকেন্দ্র ও $2x-y-9=0$ নিয়ামক রেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Scanned with CamScanner

Solⁿ: মনে করি, P(x,y) পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু।
উপকেন্দ্র S(−8, −2)
দিকাক্ষ $AB \equiv 2x-y-9=0$



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

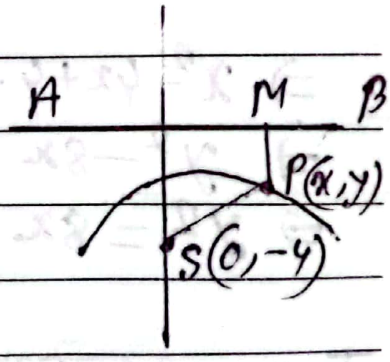
$\Rightarrow (x+8)^2+(y+2)^2 = \frac{(2x-y-9)^2}{(\sqrt{2^2+1^2})^2}$

$\Rightarrow (x^2+16x+64+y^2+4y+4)5 = 4x^2+y^2+81-4xy+18y-36x$

$\Rightarrow x^2+116x+4y^2+2y+4xy+259=0$ (Ans.)

Pbᵐ→04: (0, −4) উপকেন্দ্র ও $y-4=0$ নিয়ামকরেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ একটি বিন্দু P(x,y)
উপকেন্দ্র S(0, −4)
দিকাক্ষ রেখা, $AB \equiv y-4=0$



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$SP^2 = PM^2$

Scanned with CamScanner

$\Rightarrow x^2 + (y+4)^2 = \frac{(y-4)^2}{(\sqrt{1})^2}$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 8y + 16 = y^2 - 8y + 16$

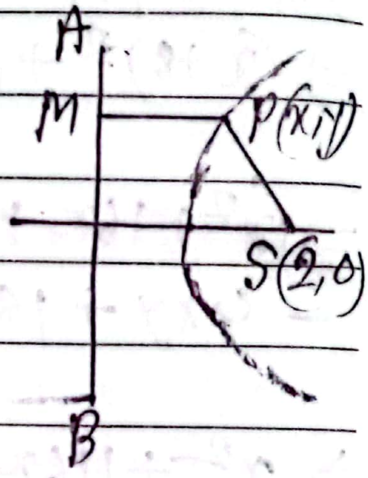
$\Rightarrow x^2 + 16y = 0$ (Ans.)

Pb^m→05: (2,0) উপকেন্দ্র ও $x+2=0$ নিয়ামক রেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol^n: মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x,y)$

উপকেন্দ্র $S(2,0)$

দিকাক্ষরেখা $AB \equiv x+2=0$



পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = \frac{(x+2)^2}{(\sqrt{1})^2}$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = x^2 + 4x + 4$

$\Rightarrow y^2 - 8x = 0$

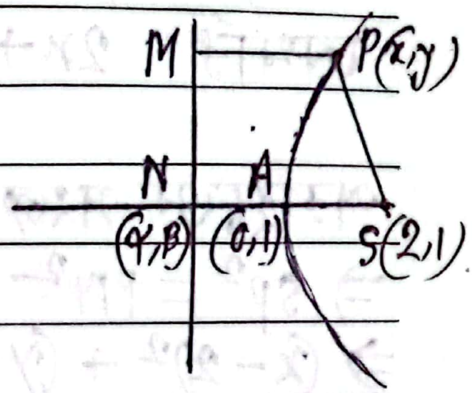
$\Rightarrow y^2 = 8x$ (Ans.)

Type-02: উপকেন্দ্র বা ফোকাস এবং শীর্ষবিন্দুর স্থানাঙ্ক দেওয়া থাকলে

Scanned with CamScanner

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

Pbm→01: এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (2,1) এবং শীর্ষবিন্দু (0,1) ।



Solⁿ: মনে করি, S(2,1) উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু A(0,1), এবং নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু N(α,β) এবং P(x,y) পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু ।

চিত্রানুযায়ী, অক্ষরেখার সমীকরণ:

$$\frac{x-0}{0-2} = \frac{y-1}{1-1}$$

$\Rightarrow -2y+1=0$

$\Rightarrow 2y-1=0$ — (i)

N(α,β) ও S(2,1) এর মধ্যবিন্দু A(0,1)

$\therefore \frac{\alpha+2}{2}=0$ | $\frac{\beta+1}{2}=1$

$\alpha=-2$ | $\Rightarrow \beta = 2-1 = 1$

$\therefore$ নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু N (-2,1)

অক্ষরেখা ও নিয়ামক রেখা পরস্পর লম্ব ।

$\therefore$ নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $2x+k=0$ — (ii)

(ii) নং সরলরেখা (-2,1) বিন্দুগামী

$\therefore -4 + k = 0$

$\Rightarrow k = 4$

অর্থাৎ $2x + 4 = 0$, যা দিকাক্ষের সমীকরণ।

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

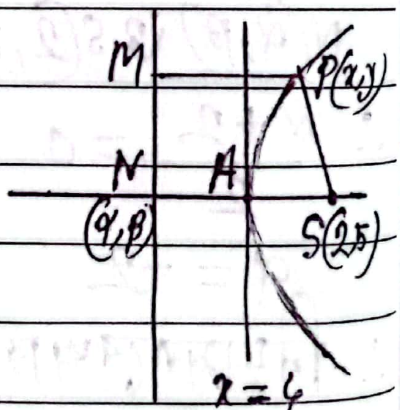
$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = \frac{(2x+4)^2}{(\sqrt{2^2})^2}$

$\Rightarrow 4(x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1) = 4x^2 + 16x + 16$

$\Rightarrow 4y^2 - 20x - 2y + 4 = 0$ (Ans.)

Pbm→02: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (2,5) বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x = 4$ রেখাটি এর শীর্ষবিন্দুতে স্পর্শ করে।



Solⁿ: মনে করি, S(2,5) উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু P(x,y) এবং নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু N(α,β)।

দেওয়া আছে, $x = 4$

$x - 4 = 0$ —(i)

i এর উপর অক্ষরেখা লম্ব।

∴ অক্ষরেখার সমীকরণ, $-y + k = 0$, যা (2,5) বিন্দুগামী

$\therefore -5 + k = 0$

$k = 5$

Scanned with CamScanner

Daily Note's

Sub:........ Date:........

অক্ষরেখার সমীকরণ, $-y+5=0$

$\Rightarrow y-5=0$

$\Rightarrow y=5$

∴ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $A(4,5)$

$N(\alpha,\beta)$ এবং $S(2,5)$ এর মধ্যবিন্দু $A(4,5)$

$\frac{\alpha+2}{2}=4$ | $\frac{\beta+5}{2}=5$

$\Rightarrow \alpha=6$ | $\Rightarrow \beta=5$

∴ দিকাক্ষরেখার পাদবিন্দু $N(6,5)$

i নং রেখার সমান্তরাল দিকাক্ষ রেখা।

∴ দিকাক্ষের সমীকরণ: $x+k=0$ —(ii)

ii নং $(6,5)$ বিন্দুগামী,

$6+k=0$

$k=-6$

∴ দিকাক্ষের সমীকরণ, $x-6=0$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP=PM$

$\Rightarrow SP^2=PM^2$

$\Rightarrow (x-2)^2+(y-5)^2=(x-6)^2$

$\Rightarrow x^2-4x+4+y^2-10y+25=x^2-12x+36$

$\Rightarrow y^2+8x-10y-7=0$ (Ans)

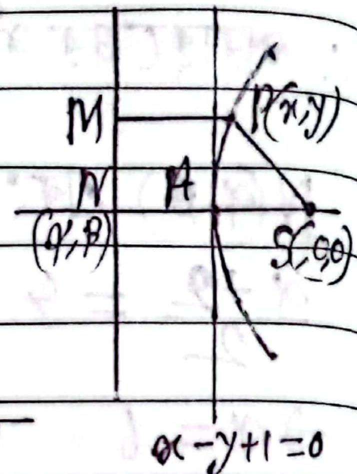
Scanned with CamScanner

24-09-20
Thursday

Sub: Conics **Daily Note's** Date:

Pbᵐ→03: একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র মূল বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x-y+1=0$ রেখাটি শীর্ষবিন্দুতে ~~x অক্ষের উপর লম্ব~~ অক্ষরেখার উপর লম্ব। পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: মনে করি, S(0,0) উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x,y)$ এবং নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু $N(\alpha,\beta)$



অক্ষরেখা $x-y+1=0$ রেখার উপর লম্ব

∴ অক্ষরেখার সমীকরণ ~~x+y~~ $-x-y+k=0$ —— (i)

(i) নং 0,0 বিন্দুগামী

$-0-0+k=0$

$k=0$

∴ অক্ষরেখার সমীকরণ: $x+y=0$

$x=-y$

প্রদত্ত রেখা, $x-y+1=0$ —— (ii)

$\Rightarrow -y-y+1=0$

$\Rightarrow -2y=-1$

$\Rightarrow y=\frac{1}{2}$

∴ $x=-\frac{1}{2}$

∴ ~~নিয়াম~~ শীর্ষবিন্দু $A\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

$N(\alpha,\beta)$ এবং $S(0,0)$ বিন্দু দুইটির মধ্যবিন্দু $A\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

$\frac{\alpha+0}{2} = -\frac{1}{2}$ | $\frac{\beta+0}{2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \alpha = -1$ | $\beta = 1$

∴ নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু $(-1, 1)$

(ii) নং এর সমান্তরাল রেখা, $x-y+k=0$ ⟶ (iii)

iii নং $(-1, 1)$ বিন্দুগামী

∴ $-1-1+k=0$

$\Rightarrow k=2$

অর্থাৎ, নিয়ামক রেখার সমীকরণ, $x-y+2=0$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow x^2+y^2 = \frac{(x-y+2)^2}{(1^2+1^2)}$

$\Rightarrow 2(x^2+y^2) = x^2+y^2+4+~~2x-2y-2~~\ 4x-4y-2xy$

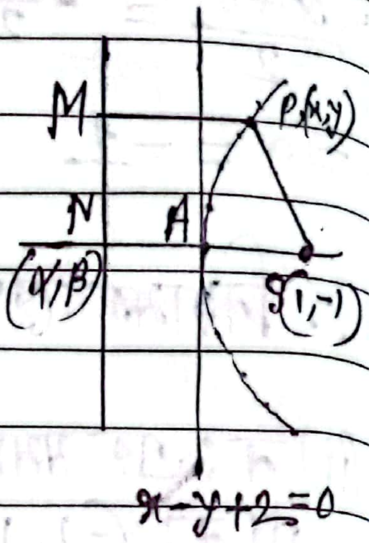
$\Rightarrow x^2+y^2+2xy-4x+4y-4=0$ (Ans)

Pbm→04: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র $(1, -1)$ বিন্দুতে অবস্থিত এবং $x-y+2=0$ রেখাটি শীর্ষবিন্দুতে অক্ষরেখার উপর লম্ব।

Solⁿ: মনে করি ~~পরাবৃত্তের উপরস্থ~~ $S(1, -1)$ উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x, y)$ এবং নিয়ামক রেখার

Scanned with CamScanner

পাদবিন্দু $N(\alpha, \beta)$



দেওয়া আছে $x-y+2=0$ —(i)

(i) নং সরলরেখা অক্ষরেখার উপর লম্ব। ∴ অক্ষরেখার সমীকরণ,

$$-x-y+k=0 \quad \text{—(ii)}$$

ii নং (1,-1) বিন্দুগামী

$$-1+1+k=0$$
$$\Rightarrow k=0$$
$$\therefore x+y=0 \quad \text{—(iii)}$$

i ও iii হতে পাই,

পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $A(-1,1)$

$N(\alpha,\beta)$ এবং $S(1,-1)$ এর মধ্যবিন্দু $A(-1,1)$

$\frac{\alpha+1}{2}=-1$ | $\frac{\beta-1}{2}=1$

$\alpha=1-3$ | $\beta=3$

∴ নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু ~~N(1,3)~~ $N(-3,3)$

i এর সমান্তরাল রেখার সমীকরণ ~~x+~~ $x-y+k=0$, যা $(-3,3)$ ~~(1,3)~~ বিন্দুগামী

$$\therefore -3-3+k=0$$
$$k=6$$

নিয়ামক রেখার সমীকরণ: $x-y+6=0$

Scanned with CamScanner

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = \frac{(x-y+6)^2}{(\sqrt{2})^2}$

$\Rightarrow (x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1)2 = x^2 + y^2 + 36 - 2xy - 12y + 12x$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 16x + 16y + 2xy - 32 = 0$

$\Rightarrow (x+y)^2 - 16x + 16y - 32 = 0$ (Ans.)

Type→03: শীর্ষবিন্দু ও দিকাক্ষরেখার সমীকরণ দেওয়া থাকলে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়

Pbm→01: এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ (1,1) এবং দিকাক্ষরেখা $x+y+1=0$

Solⁿ: দেওয়া আছে,

দিকাক্ষ রেখা, $x+y+1=0$ —(i)

∴ অক্ষরেখা, $x-y+k=0$ —ii, যা (1,1) বিন্দুগামী

$1-1+k=0$

$k=0$

∴ অক্ষরেখা $x-y=0$ —(iii)

i ও iii হতে পাই,

$x = \frac{-1}{2}$

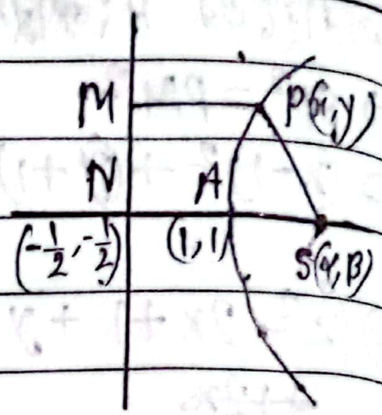
$y = -\frac{1}{2}$

∴ নিয়ামকরেখার পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক $N\left(\frac{-1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

$N\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ এবং $S(\alpha, \beta)$ এর মধ্যবিন্দু $A(1,1)$



$$\frac{\alpha - \frac{1}{2}}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\beta - \frac{1}{2}}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ উপকেন্দ্র $S\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

মনে করি, পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x,y)$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$$\Rightarrow SP^2 = PM^2$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{(x+y+1)^2}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow (2x-5)^2 + (2y-5)^2 = 2(x+y+1)^2$$

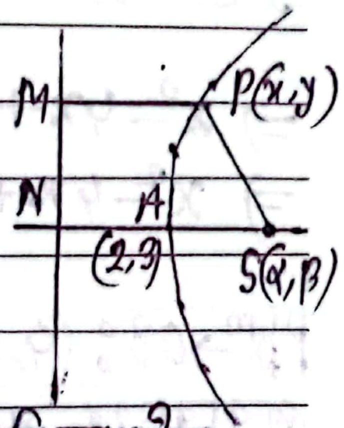
$$\Rightarrow 4x^2 - 20x + 25 + 4y^2 - 20y + 25 = 2x^2 + 2y^2 + 2 + 4xy + 4y + 4x$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4xy - 24x - 24y + 48 = 0 \text{ (Ans.)}$$

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

Pbm → 02: (2, 3) শীর্ষ এবং $y=6$ নিয়ামকরেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: মনে করি, $S(\alpha,\beta)$ উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের শীর্ষ $A(2,3)$ এবং $P(x,y)$ পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু।



দিকাক্ষরেখার সমীকরণ, $y=6$ — (i)

∴ অক্ষরেখার সমীকরণ, $x+k=0$, যা (2, 3) বিন্দুগামী

$2+k=0$

$\Rightarrow k=-2$

∴ $x-2=0$ — (ii)

i ও ii হতে পাই

$x=2$

$y=6$

∴ নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু $N(2,6)$

$N(2,6)$ ও $S(\alpha,\beta)$ এর মধ্যবিন্দু $A(2,3)$

$\frac{\alpha+2}{2}=2$	$\frac{\beta+6}{2}=3$
$\Rightarrow \alpha=2$	$\beta=0$

উপকেন্দ্র $S(2,0)$

Sub: Daily Note's Date:

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

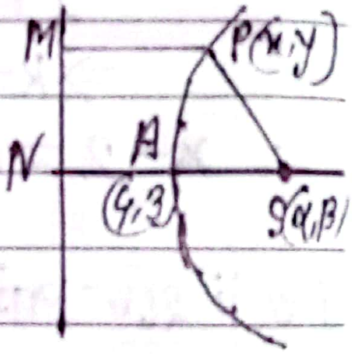
$\Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = \frac{(y-6)^2}{(\sqrt{1})^2}$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = y^2 - 12y + 36$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 12y - 32 = 0$ (Ans)

Pbm→03: (4,3) শীর্ষ এবং $y = 7$ নিয়ামকরেখাবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: মনে করি, $S(\alpha,\beta)$ উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের শীর্ষ $A(4,3)$ এবং $P(x,y)$ উপরস্থ চলমান বিন্দু।



দিকাক্ষরেখার সমীকরণ, $y - 7 = 0$ —(i)

∴ অক্ষরেখার সমীকরণ, $x + k = 0$, যা 4, 3 বিন্দুগামী

$4 + k = 0$

$\Rightarrow k = -4$

$\therefore x - 4 = 0$ —(ii)

i ও ii হতে পাই, $x = 4$ এবং $y = 7$

∴ নিয়ামকরেখার পাদবিন্দু $N(4,7)$

$N(4,7)$ এবং $S(\alpha,\beta)$ এর মধ্যবিন্দু $A(4,3)$

Scanned with CamScanner

$\frac{\alpha+4}{2} = 4$ | $\frac{\beta+7}{2} = 3$

$\Rightarrow \alpha = 4$ | $\beta = -1$

$\therefore$ উপকেন্দ্র $S(4,-1)$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$\Rightarrow SP^2 = PM^2$

$\Rightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 = \frac{(y-7)^2}{(\sqrt{1})^2}$

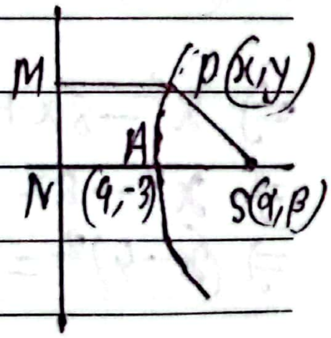
$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = y^2 - 14y + 49$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16y + 16 - 48 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 8x + 16 = \cancel{8x} + 48 - 16y$

$\Rightarrow (x-4)^2 = -16(y-3)$ (Ans.)

Pbm→04: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ $(4,-3)$ বিন্দুতে অবস্থিত, দিকাক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল এবং যা $(-4,-7)$ বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।



Solⁿ: মনে করি, $S(\alpha,\beta)$ উপকেন্দ্রবিশিষ্ট পরাবৃত্তের শীর্ষ $A(4,-3)$ এবং $P(x,y)$ উপরস্থ চলমান বিন্দু।

দিকাক্ষের সমীকরণ, $y + k = 0$ যা $(-4,-7)$ বিন্দুগামী

$-7 + k = 0 \Rightarrow k = 7$

Scanned with CamScanner

$\therefore y+7=0$ —(i)

অক্ষরেখার সমীকরণ, $x+k=0$, যা $(4,-3)$ বিন্দুগামী

$\therefore k+4=0 \Rightarrow k=-4$

$\therefore x-4=0$ —(ii)

i ও ii হতে পাই, $x=4$, $y=-7$

$\therefore$ নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু $N(4,-7)$.

$N(4,-7)$ এবং $S(\alpha,\beta)$ এর মধ্যবিন্দু $A(4,-3)$

$\frac{\alpha+4}{2}=4$ | $\frac{\beta+(-7)}{2}=-3$

$\Rightarrow \alpha=4$ | $\Rightarrow \beta=1$

$\therefore$ উপকেন্দ্র, $S(4,1)$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP^2=PM^2$

$\Rightarrow (x-4)^2+(y-1)^2=(y+7)^2$

$\Rightarrow x^2-8x+16+y^2-2y+1=y^2+14y+49$

$\Rightarrow x^2-8x+16=2y+48$

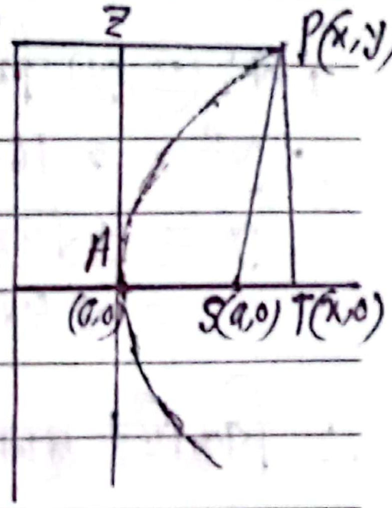
$\Rightarrow (x-4)^2=2(y+24)$ (Ans.)

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

পরাবৃত্তের ফোকাস দূরত্ব বা উপকেন্দ্রিক দূরত্ব

উপকেন্দ্র হতে পরাবৃত্তের উপরস্থ কোনো বিন্দুর দূরত্বকে ঐ বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব বলে।



P বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $= PS$

$PM = MZ + PZ$

$= a + x$

P বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব, $PS = PM = a + x$

★ ফোকাস দূরত্ব = |বিন্দুর ভুজ + উপকেন্দ্রের ভুজ|

Topic: ফোকাস দূরত্ব সংক্রান্ত সমস্যাবলী ও সমাধান

Pbm→01: $y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Solⁿ: দেওয়া আছে

$y^2 = 16x$ — (i)

$\Rightarrow y^2 = 4.4x$

$\Rightarrow y^2 = 4ax$

যেখানে $a = 4$

ধরি, (i) নং পরাবৃত্তের উপরস্থ $P(x,y)$ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6

Scanned with CamScanner

$\therefore 6 = x + a$

$x = 6 - 4 = 2$

i নং (2, y) বিন্দুগামী

$\therefore y^2 = 4 \cdot 16 \times 2$

$y = \pm\sqrt{32}$

$= \pm 4\sqrt{2}$

$\therefore$ বিন্দুটির স্থানাঙ্ক $(2, \pm 4\sqrt{2})$ (Ans.)

Pbm→02: $y^2 = 8x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 8; ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Soln: দেওয়া আছে

$y^2 = 8x$ — (i)

$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot 2x$

$\Rightarrow y^2 = 4ax$

যেখানে, $a = 2$

ধরি, (i) নং পরাবৃত্তের উপরস্থ (x, y) বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব 8।

$\therefore 8 = x + 2$

$x = 6$

i নং (6, y) বিন্দুগামী

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

$y^2 = 8 \times 6$

$\Rightarrow y = \pm\sqrt{48}$

$\Rightarrow y = \pm 4\sqrt{3}$

∴ ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(6, \pm 4\sqrt{3})$ (Ans.)

Pbm→03: $y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুর কোটি 12; P বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় কর।

Solⁿ: দেওয়া আছে

$y^2 = 9x$ —(i)

$\Rightarrow y^2 = 4 \cdot \frac{9}{4} x$

$\Rightarrow y^2 = 4ax$ [যেখানে, $a = \frac{9}{4}$]

ধরি, পরাবৃত্তের উপরস্থ P বিন্দুর স্থানাঙ্ক $(x, 12)$

∴ $12^2 = 9x$

$\Rightarrow x = \frac{144}{9} = 16$

∴ P বিন্দুর ফোকাস দূরত্ব $= x + a$

$= 16 + \frac{9}{4}$

$= 73/4$ (Ans.)

Topix : অনুমানযোগ্য পরাবৃত্ত বিষয়ক সমস্যাবলী ও সমাধান

Pbm→01: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষ (4, −3) বিন্দুতে অবস্থিত উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য 4 একক এবং অক্ষটি x অক্ষের সমান্তরাল।

Solⁿ: ধরি, (4, −3) শীর্ষ এবং অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ—

$(y+3)^2 = 4a(x-4)$ — (i)

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $|4a| = 4$

$\Rightarrow 4a = \pm 4$

$\therefore (y+3)^2 = \pm 4(x-4)$, যা নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ।

Pbm→02: এমন একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার শীর্ষবিন্দু (2, −3) এবং দিকাক্ষ x অক্ষের সমান্তরাল। পরাবৃত্তটি (1, 4) বিন্দুগামী।

Solⁿ: ধরি, (2, −3) শীর্ষবিন্দু ও x অক্ষের সমান্তরাল ~~দিকা~~ দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ—

$(x-2)^2 = 4(y+3)a$ — (i)

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

i নং (1, 4) বিন্দুগামী

$\therefore (1-2)^2 = 4a(4+3)$

$\Rightarrow 4a = \frac{1}{7}$

4a এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$(x-2)^2 = \frac{1}{7}(y+3)$ (Ans.)

Pbm→03: $y = ax^2 + bx + c$ পরাবৃত্তের শীর্ষ (−2, 3) বিন্দুতে অবস্থিত। পরাবৃত্তটি (0, 5) বিন্দুগামী হলে a, b ও c এর মান নির্ণয় কর।

Solⁿ: দেওয়া আছে, $y = ax^2 + bx + c$ —— (i)

ধরি, পরাবৃত্তের সমীকরণ

$(x+2)^2 = 4a(y-3)$ —— (ii)

ii নং (0, 5) বিন্দুগামী

$\therefore 2^2 = 4a(5-3)$

$\Rightarrow 4a = 4/2 = 2$

$\therefore (x+2)^2 = 2(y-3)$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 2y - 6$

$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 6 = 2y$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ —— (iii)

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

i ও iii তুলনা করে পাই

$a = \frac{1}{2}$

$b = 2$

$c = 5$ (Ans.)

Pbm→04: (2, 5) বিন্দুগামী পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর- যার শীর্ষ (0, 2) বিন্দুতে অবস্থিত এবং অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল।

Soln: ধরি, (0, 2) শীর্ষবিন্দু ও y অক্ষের সমান্তরাল অক্ষরেখাবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$x^2 = 4a(y-2)$ —(i)

(i) নং (2,5) বিন্দুগামী

$\therefore 4 = 4a(5-2)$

$4a = \frac{4}{3}$

4a এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$x^2 = \frac{4}{3}(y-2)$

$\Rightarrow 3x^2 = 4y - 8$ (Ans.)

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

Pbm→05: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল, শীর্ষবিন্দু y অক্ষের উপর অবস্থিত এবং যা (0,2) ও (1,0) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।

Solm: ধরি, শীর্ষবিন্দুর কোটি = b

∴ (0,b) শীর্ষবিন্দু ও x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষরেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$(y-b)^2 = 4a(x-0)$ — (i)

i নং (0,2) এবং (1,0) বিন্দুগামী

$\therefore (2-b)^2 = 4a(0-0)$

$\Rightarrow 2-b=0$

$\Rightarrow b=2$

আবার, $(0-2)^2 = 4a(1-0)$

$\Rightarrow 4a = 4$

4a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$(y-2)^2 = 4x$ (Ans.)

Pbm→06: একটি পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষরেখা x অক্ষের উপর অবস্থিত এবং যা (3,2) ও (-2,-1) বিন্দুগামী।

Solm: ধরি, শীর্ষবিন্দুর ভুজ = b

Scanned with CamScanner

Sub:.................. **Daily Note's** Date:..................

∴ (b,0) শীর্ষবিন্দু ও x অক্ষ অক্ষরেখা বিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ-

$(y-0)^2 = 4a(x-b)$ —— (i)

1নং: (3,2) ও (-2,-1) বিন্দুগামী

∴ $2^2 = 4a(3-b)$

$\Rightarrow 4 = 4a(3-b)$

$\Rightarrow$ ~~3a-b=1~~ $3a-ab=1$ —— (ii)

$\Rightarrow$ ~~ab = 3a-1~~

আবার, $(-1)^2 = 4a(-2-3a+1)$

$\Rightarrow 1 = -8a-12a^2+4a$

$\Rightarrow 12a^2+4a+1=0$

$\Rightarrow 12a^2-$

আবার, $(-1-0)^2 = 4a(-2-b)$

$\Rightarrow 1 = -8a-4ab$

$\Rightarrow 8a+4ab=-1$ —— (iii)

ii×4 + iii $\Rightarrow 12a+8a =$ ~~4+1~~ $(4-1)$

$\Rightarrow 20a =$ ~~5~~ 3

$\Rightarrow a =$ ~~$\frac{1}{4}$~~ $\frac{3}{20}$

Scanned with CamScanner

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

a এর মান ii নং এ বসিয়ে পাই

$3/4 - b/4 = 1$

$\Rightarrow \frac{3-b}{4} = 1$

$\Rightarrow 3-b = 4$

$\Rightarrow b = -1$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$y^2 = 4 \cdot \frac{1}{4}(x+1)$

$\Rightarrow y^2 = x+1$

a এর মান ii নং এ বসিয়ে পাই

$3 \cdot \frac{3}{20} - \frac{3}{20} \cdot b = 1$

$\Rightarrow \frac{9-3b}{20} = 1$

$\Rightarrow 9 - 3b = 20$

$\Rightarrow 3b = -11$

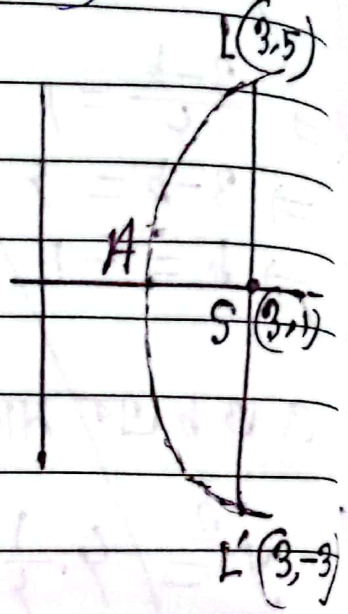
$\Rightarrow b = \frac{-11}{3}$

a ও b এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই

$y^2 = \frac{3}{20}\left(x + \frac{11}{3}\right)$ (Ans.)

Scanned with CamScanner

Pbm → 07: এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (3,5) ও (3,−3)



Solⁿ: উপকেন্দ্র S উপকেন্দ্রিক লম্বের দুই প্রান্তবিন্দু L(3,5) এবং L(3,−3) এর মধ্যবিন্দু।

$$\therefore S = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{5-3}{2}\right)$$

উপকেন্দ্র, (3,1)

উপকেন্দ্রিক লম্ব y অক্ষের সমান্তরাল। অতএব, অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল।

ধরি, শীর্ষবিন্দু, A(α,β)

(α,β) শীর্ষবিন্দু এবং x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha) \quad \text{——(i)}$$

উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, $|4a| = LL' = \sqrt{(3-3)^2+(5+3)^2}$

$\Rightarrow |4a| = 8$

$\Rightarrow 4a = \pm 8$

$\Rightarrow a = \pm 2$

∵ শীর্ষবিন্দু A(α,β) ∴ উপকেন্দ্র S{(a+α), β}

$a+\alpha = 3$

$\alpha = 3-a$

$\Rightarrow \alpha = 3-(\pm 2)$

$\Rightarrow \alpha = 5, 1$

$\beta = 1$

~~$\alpha = 5$ ও $\beta = 1$ হলে i নং হতে পাই~~

~~$(y-\beta) \Rightarrow (y-1)^2 = \pm 8(x-5)$~~

~~$\Rightarrow y^2-2y+1 = 8x-40$~~

$\alpha = 5$ ও $\beta = 1$ হলে i নং হতে পাই,

$(y-1)^2 = -8(x-5)$

$\Rightarrow y^2-2y+1 = -8x+40$

$\Rightarrow y^2-2y+8x-39 = 0$ (Ans.)

আবার, $\alpha = 1$ ও $\beta = 1$ হলে,

$(y-1)^2 = 8(x-1)$

$\Rightarrow y^2-2y+1 = 8x-8$

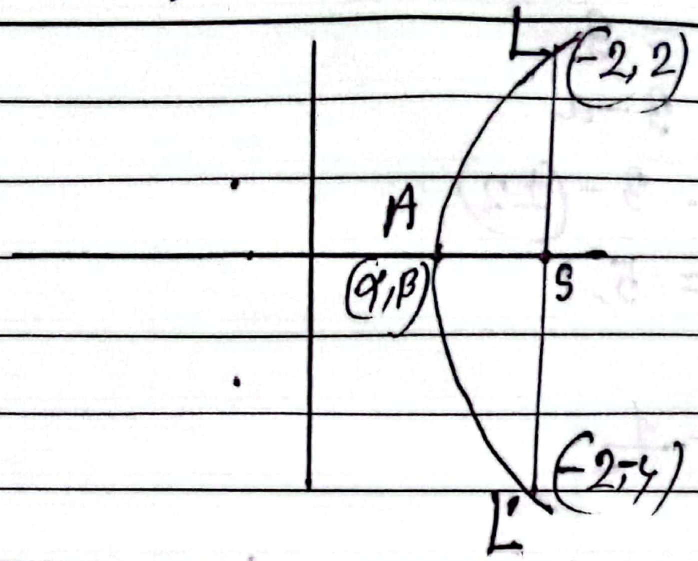
$\Rightarrow y^2-2y-8x+9 = 0$ (Ans.)

Pbm→08: এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপ: লম্বের প্রান্ত বিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক $(-2,2)$ ও $(-2,-6)$।

Scanned with CamScanner

Sub: Daily Note's Date:

Sol^n:



ধরি, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দুটির প্রান্তবিন্দু দুটি L(-2,2) এবং L'(-2,-4)

LL' এর মধ্যবিন্দু উপকেন্দ্র S এর স্থানাঙ্ক $= \left(\frac{-2-2}{2}, \frac{2-4}{2}\right)$
$= (-2,-1)$

L(-2,2) এবং L'(-2,-4) বিন্দু দুটির ভুজ অভিন্ন। তাই বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখা X অক্ষের সমান্তরাল।

∴ পরাবৃত্তের অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল।

ধরি, শীর্ষ A(α,β) এবং (α,β) শীর্ষ ও x অক্ষের সমান্তরাল অক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$$(y-\beta)^2 = 4a(x-\alpha) \quad \text{--- (1)}$$

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

(1) নং পরাবৃত্তের উ: ল: দৈর্ঘ্য $|4a| = LL'$

$= \sqrt{(-2+2)^2+(2+4)^2}$

$\Rightarrow |4a| = 6$

$\Rightarrow 4a = \pm 6$

$\Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$

1 নং পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক $(a+\alpha, \beta)$

$a+\alpha = -2$	$\beta = -1$
$\Rightarrow \alpha = -2-(\pm \frac{3}{2})$	
$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2}, -\frac{7}{2}$	

নির্ণেয় পরাবৃত্তের সমীকরণ,

$(y+1)^2 = -6(x+\frac{1}{2})$

$\Rightarrow y^2+2y+1 = -6x+3-3$

$\Rightarrow y^2+2y+6x+24=0$ (Ans.)

$(y+1)^2 = 6(x+\frac{7}{2})$

$\Rightarrow y^2+2y+1 = 6x+21$

$\Rightarrow y^2+2y-6x-20=0$ (Ans)

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

Topic : পরাবৃত্তের স্পর্শক নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যাবলী ও সমাধান

প্রশ্ন $y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের একটি স্পর্শক হওয়ার শর্ত নির্ণয় :

⇒ $y = mx + c$ —— (i)

$y^2 = 4ax$ —— (ii)

i ও ii হতে, $\Rightarrow (mx+c)^2 = 4ax$

$\Rightarrow m^2x^2 + 2mxc + c^2 - 4ax = 0$

$\Rightarrow m^2x^2 + 2mcx - 4ax + c^2 = 0$

$\Rightarrow x^2m^2 + (2mc - 4a)x + c^2 = 0$ —— iii

iii এর মূলদ্বয় বাস্তব হবে, যখন নিশ্চায়ক $= 0$

অর্থাৎ, $(2mc - 4a)^2 - 4m^2c^2 = 0$

$\Rightarrow 4m^2c^2 - 16amc + 16a^2 - 4m^2c^2 = 0$

$\Rightarrow 16a^2 = 16amc$

$\Rightarrow a = mc$

$\Rightarrow c = \frac{a}{m}$

★ $y = mx + c$ রেখাটি $y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে তখন, যখন $c = \frac{a}{m}$

Scanned with CamScanner

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

Pbm→01: $y^2 = 4x$ পরাবৃত্তের (1,2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Solⁿ: দেওয়া আছে

$$y^2 = 4x \text{ ——— (i)}$$
$$\Rightarrow y^2 = 4.1x$$
$$\Rightarrow y^2 = 4ax;\ a = 1$$

i নং পরাবৃত্তের (1,2) বিন্দুতে স্পর্শকের ঢাল m হলে

$$(y-2) = m(x-1)$$
$$\Rightarrow mx - m - y + 2 = 0$$
$$\Rightarrow y = mx + (2-m) \text{ ——— (ii)}$$

ii নং সরলরেখা i নং পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে যখন

$$(2-m) = \frac{a}{m}$$

$$\Rightarrow 2m - m^2 = 1$$
$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0$$
$$\Rightarrow (m-1)^2 = 0$$
$$\Rightarrow m = 1$$

m এর মান ii নং এ বসিয়ে পাই

$$y = x + 2 - 1$$
$$\Rightarrow x - y + 1 = 0 \text{ (Ans.)}$$

Sub: Daily Note's Date:

Pbm→02: $x^2 = 8y$ পরাবৃত্তের স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যা $x+y+1=0$ সরলরেখার উপর লম্ব।

Solⁿ: দেওয়া আছে,

$$x^2 = 8y \text{ ——— (i)}$$
$$\Rightarrow x^2 = 4 \cdot 2 \cdot y$$
$$\Rightarrow x^2 = 4ay;\ a = 2$$

$x+y+1$ এর উপর লম্ব রেখার সমীকরণ:

$$x - y + c = 0 \text{ ——— (ii)}$$

ii নং রেখার ঢাল, $m = -\frac{1}{-1}$
$= 1$

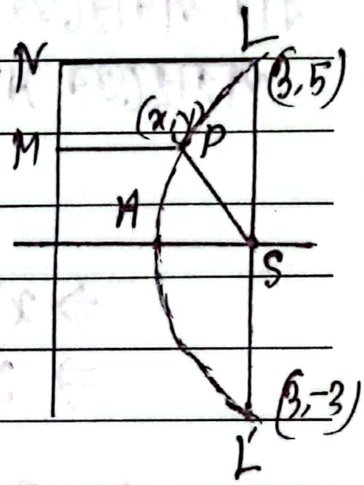
ii নং সরলরেখা (i) নং পরাবৃত্তের স্পর্শক হবে,
যখন $c = \frac{a}{m}$

$= c = \frac{2}{1} = 2$

c এর মান ii নং এ বসিয়ে পাই,
$x - y + 2 = 0$
ইহাই নির্ণেয় স্পর্শকের সমীকরণ।

Topic : উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক দেওয়া থাকলে পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয়।

Pbm→01 : এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপ: লম্বের প্রান্তবিন্দু দুইটির স্থানাঙ্ক (3,5) ও (3,−3)



Solⁿ : উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্তবিন্দুদ্বয় L(3,5) এবং L'(3,−3)

$\therefore$ উপকেন্দ্র, $S = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{5-3}{2}\right)$

$= (3,1)$

উপকেন্দ্র (3,1)

উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ, $x = 3$

$x - 3 = 0$ —(i)

$\therefore$ দিকাক্ষ রেখার সমীকরণ, $x + k = 0$ —(ii)

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SL = LN$

$\Rightarrow \sqrt{(5-1)^2} = \frac{|3+k|}{\sqrt{1^2+0^2}}$

$\Rightarrow 16 = 9 + 6k + k^2$

$\Rightarrow k^2 + 6k - 7 = 0$

$\Rightarrow k^2 + 7k - k - 7 = 0$

$\Rightarrow k(k+7) - 1(k+7) = 0$

$\Rightarrow (k-1)(k+7) = 0$

Scanned with CamScanner

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

$K = -7, 1$

∴ দিকাক্ষ রেখা : $x - 7 = 0$

এবং $x + 1 = 0$

ধরি, পরাবৃত্তের উপরস্থ চলমান বিন্দু $P(x, y)$

পরাবৃত্তের সংজ্ঞানুসারে, $SP = PM$

$$SP^2 = PM^2$$

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = (x-7)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 14x + 49$$

$$\Rightarrow y^2 + 8x - 2y - 39 = 0 \text{ (Ans.)}$$

আবার, $(x-3)^2 + (y-1)^2 = (x+1)^2$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow y^2 - 8x - 2y + 9 = 0 \text{ (Ans.)}$$

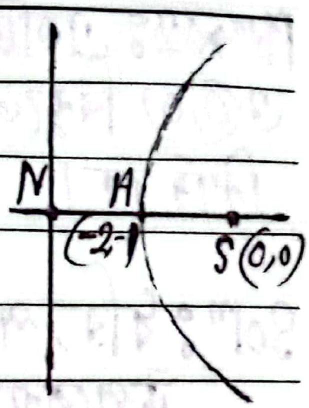
Topic : সংশ্লিষ্ট তথ্যাদি থেকে পরাবৃত্তের দিকাক্ষ ও অক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় সংক্রান্ত সমস্যাবলী ও সমাধান

Pbm→01 : একটি পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও উপকেন্দ্র যথাক্রমে $(-2, -1)$ এবং $(0, 0)$ ~~হলে~~ বিন্দুতে অবস্থিত হলে এর নিয়ামক রেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Scanned with CamScanner

Sub: .... **Daily Note's** Date: ....

Sol^n: পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু $A(-2,-1)$ এবং উপকেন্দ্র $S(0,0)$



ধরি, নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু $N(\alpha,\beta)$

অক্ষরেখার সমীকরণ, $\frac{x+2}{-2-0} = \frac{y+1}{-1-0}$

$$\Rightarrow -x-2 = -2y-2$$

$$\Rightarrow -x+2y = 0 \quad \text{—(i)}$$

(i) এর উপর লম্ব রেখার সমীকরণ, $2x+y+k=0$ —(ii)

$N(\alpha,\beta)$ ও $S(0,0)$ এর মধ্যবিন্দু $A(-2,-1)$

$\frac{\alpha+0}{2} = -2$	$\frac{\beta+0}{2} = -1$
$\alpha = -4$	$\beta = -2$

∴ নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু $N(-4,-2)$

ii নং $(-4,-2)$ বিন্দুগামী

∴ ~~$2x-y$~~ $-8+(-2)+k=0$

$$\Rightarrow k = 10$$

k এর মান ii নং এ বসিয়ে পাই,

$2x+y+10=0$, যা নির্ণেয় নিয়ামক রেখার সমীকরণ।

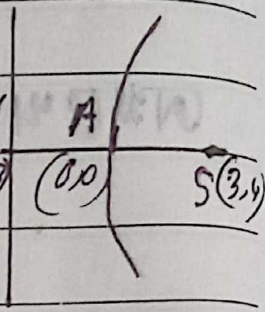
বুদ্ধিমান ও সত্যবাদী ব্যক্তি ছাড়া আর কারো সঙ্গ কামনা করো না। —হযরত আলী (রা.)

Scanned with CamScanner

Sub: ………… **Daily Note's** Date: …………

Pb^m→02: একটি পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র ও শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে (3,4) ও (0,0) বিন্দুতে অবস্থিত হলে তার নিয়ামকরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

Sol^n: ধরি, পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু A(0,0) উপকেন্দ্র S(3,4) এবং নিয়ামক রেখার পাদবিন্দু N(α,β)



অক্ষরেখার সমীকরণ: $\frac{x-0}{0-3} = \frac{y-0}{0-4}$

$\Rightarrow -4x = -3y$

$\Rightarrow 4x - 3y = 0$ —— (i)

i এর উপর লম্ব রেখার সমীকরণ, $-3x - 4y + k = 0$ —— (ii)

N(α,β) এবং S(3,4) এর মধ্যবিন্দু A(0,0)

$\frac{\alpha+3}{2} = 0$ | $\frac{\beta+4}{2} = 0$

$\alpha = -3$ | $\beta = -4$

ii নং (−3,−4) বিন্দুগামী,

$9 + 16 + k = 0$

$\Rightarrow k = -25$

∴ নিয়ামক রেখার সমীকরণ: $3x + 4y + 25 = 0$

Scanned with CamScanner

Daily Note's

Sub: Date:

Pbm → $y = x^2 - x$ পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু ও উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

Soln → $y = x^2 - x$

$\Rightarrow x^2 - 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = y + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 = y + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow X^2 = 4aY$; $X = x - \frac{1}{2}$

$a = \frac{1}{4}$

$Y = y + \frac{1}{4}$

∴ শীর্ষবিন্দু : $x - \frac{1}{2} = 0$ | $y + \frac{1}{4} = 0$

$x = \frac{1}{2}$ | $y = -\frac{1}{4}$

শীর্ষবিন্দু $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

উপকেন্দ্র : $X = 0$ | $Y = a$

$x - \frac{1}{2} = 0$ | $y + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

$x = \frac{1}{2}$ | $y = 0$

∴ উপকেন্দ্র $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

Scanned with CamScanner