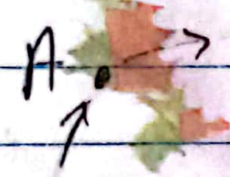
Lecture - 3.01

প্রসঙ্গ কাঠামো : বস্তুর অবস্থান বা গতি বর্ণনার জন্য যে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা গ্রহণ করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।

দূরত্ব : কোনো গতিশীল বস্তুর যেকোনো দিকে মোট অতিক্রান্ত পথই হল দূরত্ব। দূরত্বের ইংরেজি শব্দ → distance

সরণ : কোনো গতিশীল বস্তু নির্দিষ্ট দিকে যে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে সরণ বলে।
কোনো গতিশীল বস্তুর আদি অবস্থান ও শেষ অবস্থানের মধ্যবর্তী Shortcut পথই হল সরণ। সরণের ইংরেজি শব্দ Displacement.



A কণাটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 2\pi r$
A কণাটির সরণ $= 0$

দ্রুতি (Speed) : যেকোনো দিকে বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তনের হারকে দ্রুতি বলে। দ্রুতি Scalar রাশি।

বেগ (Velocity) : সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ। সরণ হল

Scanned with CamScanner

০২-১১-২১

Sub:

NOTE'S

Date :
Time :

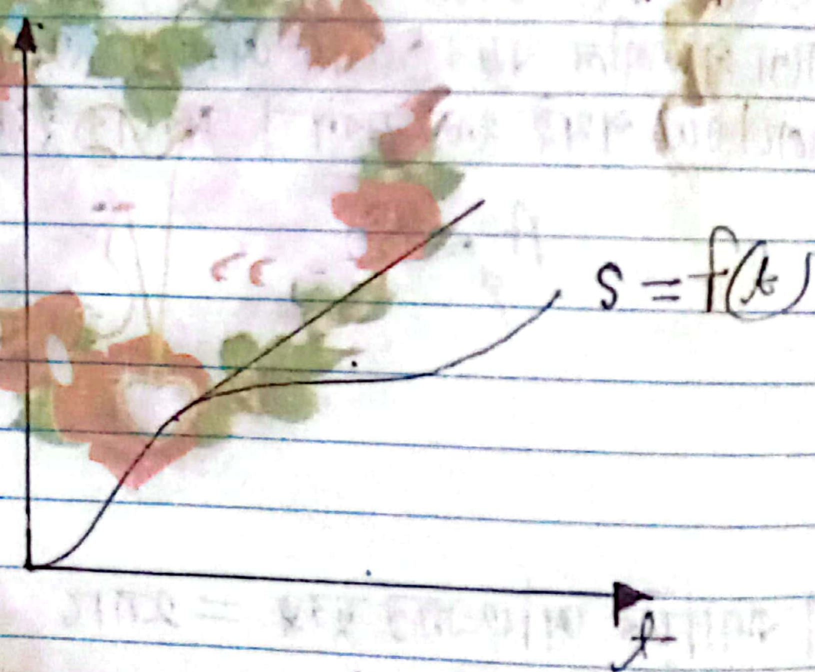
Vector রাশি — I

দ্রুতি

- গড় দ্রুতি (Average Speed)
- তাৎক্ষণিক দ্রুতি

গড়দ্রুতি : যেকোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট অতিক্রান্ত দূরত্বকে মোট সময় দিয়ে ভাগ করলে যা পাওয়া যায় তাকে গড়দ্রুতি বলে।

$$\text{গড়দ্রুতি, } v = \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{s-0}{t-0} = \frac{s_{final} - s_{initial}}{t_{final} - t_{initial}}$$

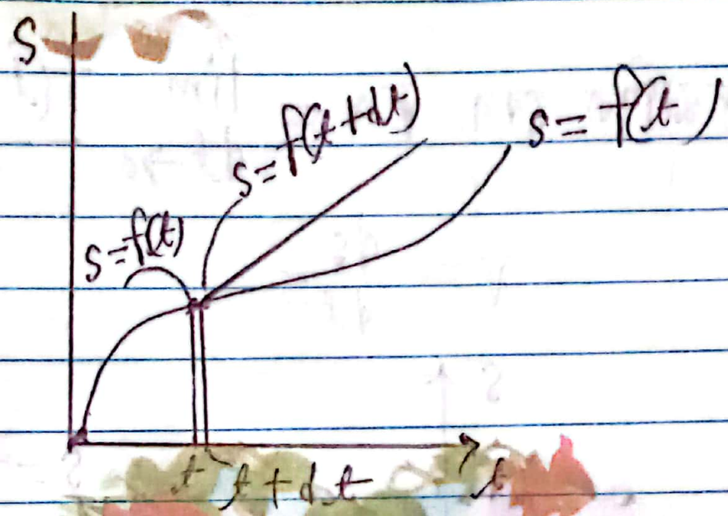


গড়দ্রুতি হল $s = f(t)$ এর যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের ঢাল।

$$v = \frac{ds}{dt}$$

তাৎক্ষণিক দ্রুতি: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় দ্রুতির সীমান্তিক মানকে তাৎক্ষণিক দ্রুতি বলে।

তাৎক্ষণিক দ্রুতি $= \lim_{dt \to 0} \frac{f(t+dt) - f(t)}{dt}$



$\Delta s = f(t+dt) - f(t)$

$\Delta t = t + dt - t = dt$; $dt \to 0$

তাৎক্ষণিক দ্রুতি $= \lim_{dt \to 0} \frac{f(t+dt) - f(t)}{dt}$

$= \frac{ds}{dt} \quad \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$

গড়বেগ এবং তাৎক্ষণিক বেগ

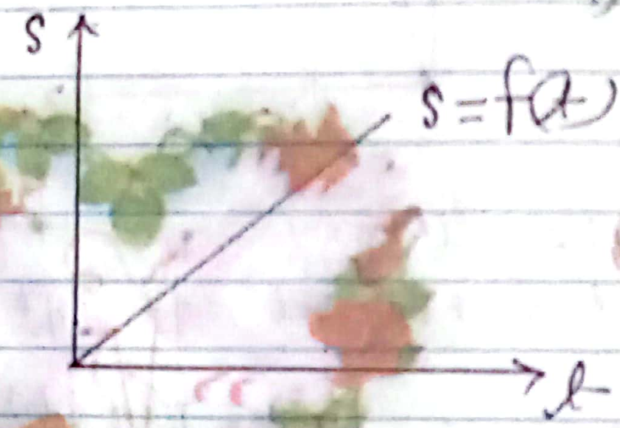
গড়বেগ: যেকোনো সময় ব্যবধানে মোট সরণকে মোট সময় দিয়ে ভাগ করলে যা পাওয়া যায় তাকে গড়বেগ বলে।

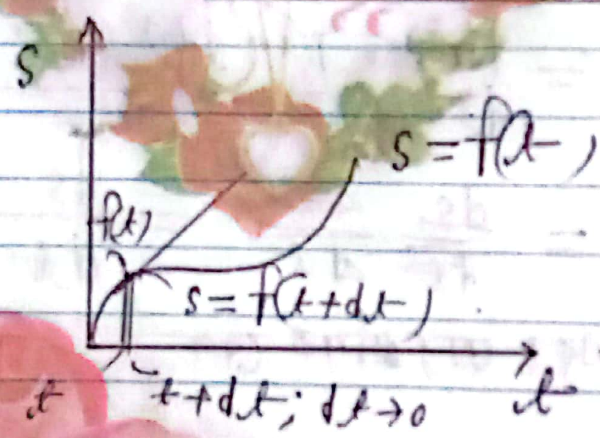
গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{s-0}{t-0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

তাৎক্ষণিক বেগ: সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড়বেগের সীমান্তিক মানকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \lim_{dt \to 0} \frac{f(t+dt) - f(t)}{dt}$

$$v = \frac{ds}{dt}$$



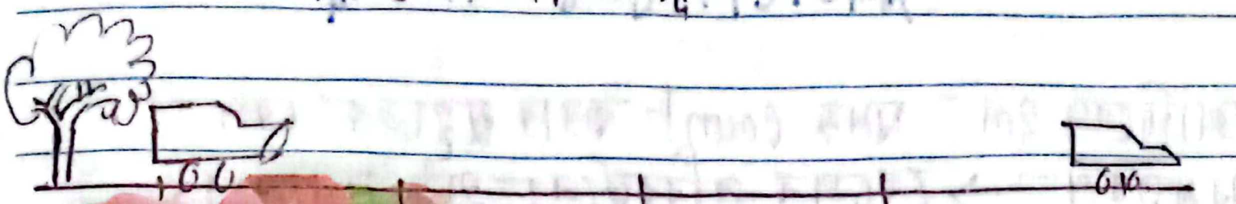


$\Delta s = f(t+dt) - f(t)$

$\Delta t = t + dt - t$

$= dt$

সমবেগে গতির সূত্র



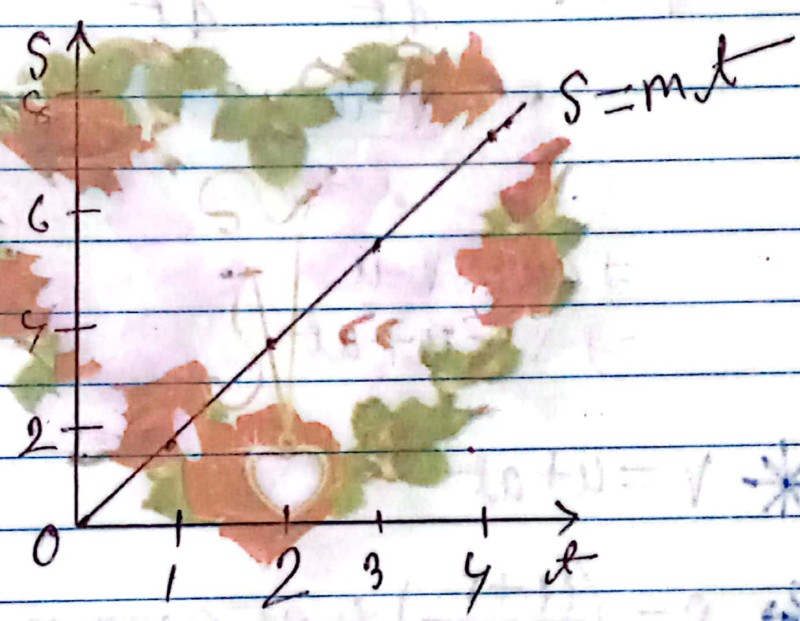
	$S=0$	$S=2m$	$S=4m$	$S=6m$	$S=8m$
	$t=0$	$t=1s$	$t=2s$	$t=3s$	$t=4s$

t	S
0	0
1	2
2	4
3	6
	8

$$v = \frac{2-0}{1-0} = 2ms^{-1}$$

$$v = \frac{8-2}{4-1} = 2ms^{-1}$$

} সমবেগ



$$S = mt$$

$$\frac{ds}{dt} = m\frac{dt}{dt}$$

$$\frac{ds}{dt} = m$$

$$v = m.$$

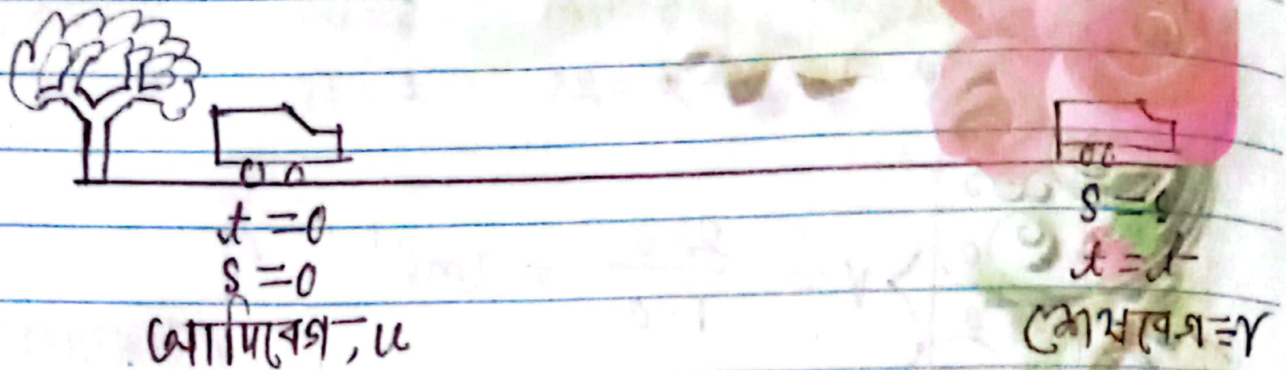
$\therefore S = vt$ $m = v.$

* $S = vt$

সমত্বরণের ক্ষেত্রে গতির সূত্র

আদিবেগ হল সময় count করার মুহূর্তের বেগ।

সমত্বরণ → বেগের পরিবর্তনের হার সমান।



ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$= \frac{v-u}{t-0}$

$\Rightarrow at = v-u$

$\Rightarrow v = u+at$

* $v = u+at$

$s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$ এর প্রমাণ—

গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{s}{t}$

যদি সমত্বরণে সরলরৈখিক পথে চললে গড়বেগ,

$\bar{v} = \frac{u+v}{2}$

Sub : **NOTE'S** Date : Time :

$\Rightarrow s =$

$\Rightarrow s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

* $s = \left(\frac{u+v}{2}\right)\cdot t$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ এর প্রমাণ

গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{s}{t}$

$\Rightarrow s = \bar{v}t$

$\Rightarrow s = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$

$\Rightarrow s = \left(\frac{u+u+at}{2}\right)t$

$= \left(\frac{2u+at}{2}\right)t$

$\Rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

* $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$v^2 = u^2 + 2as$ এর প্রতিপাদন

$s = \bar{v}t$

$\Rightarrow s = \left(\frac{u+v}{2}\right)\left(\frac{v-u}{2a}\right)$

$\Rightarrow s = \frac{v^2-u^2}{2a}$

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2as.$

$v = u + at$

$at = v - u$

$t = \frac{v-u}{a}$

Sub : Time :

ক্যালকুলাসের সাহায্যে গতির সূত্র প্রমাণ

সমবেগে গতির সূত্র

$$V = \text{constant}$$

তাৎক্ষণিক বেগ, $v = \frac{ds}{dt}$

$$\Rightarrow ds = v\,dt$$

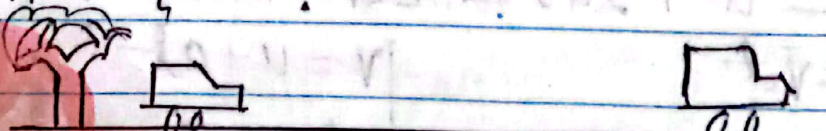
$$\Rightarrow \int_0^s ds = v\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow [s]_0^s = v[t]_0^t$$

$$\Rightarrow s - 0 = v(t - 0)$$

$$\Rightarrow s = vt$$

সমত্বরণে গতির সূত্র :



তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

Scanned with CamScanner

Sub : NOTE'S Date : Time :

$\Rightarrow dv = a\,dt$

$\Rightarrow \int_u^v dv = a\int_0^t dt$

$= [v]_u^v = a[t]_0^t$

$\Rightarrow v - u = a(t-0)$

$\Rightarrow v = u + at$

\# আবার, $v = \frac{ds}{dt}$

$\Rightarrow ds = v\,dt$

$\Rightarrow ds = (u+at)\,dt$

$\Rightarrow ds = u\,dt + at\,dt$

$\Rightarrow \int_0^s ds = u\int_0^t dt + a\int_0^t t\,dt$

$\Rightarrow [s]_0^s = u[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$

$\Rightarrow s - 0 = u(t-0) + a\cdot\frac{t^2}{2}$

$\Rightarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

\# তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt}$

$\Rightarrow a = \frac{dv}{ds}\cdot\frac{ds}{dt}$

$\Rightarrow a = \frac{dv}{ds}\cdot v$

Sub: NOTE'S Date: Time:

$\Rightarrow a\,ds = v\,dv$

$\Rightarrow a\int ds = \int v\,dv$

$\Rightarrow a\int_0^s ds = \left[\frac{v^2}{2}\right] \int_u^v v\,dv$

$\Rightarrow a[s]_0^s = \left[\frac{v^2}{2}\right]_u^v$

$\Rightarrow a(s-0) = \frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2}$

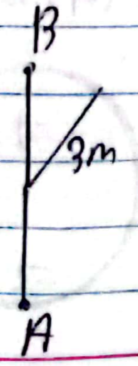
$\Rightarrow 2as = v^2 - u^2$

$\Rightarrow v^2 = u^2 + 2as.$

Lecture-3.02 — 16 Dec 2020.

গড়দ্রুতি ও গড়বেগ সংক্রান্ত গাণিতিক সমস্যাবলী ও সমাধান

Q→ একজন বালক 3 min সময়ে অর্ধবৃত্তাকার পথে A হতে B বিন্দুতে পৌঁছায়। বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 m হলে বালকের গড়দ্রুতি এবং গড়বেগ কত?



⇒ গড়দ্রুতি, $v = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

$= \frac{\pi r}{3}$

Sub : NOTE'S Date : Time :

$\bar{v} = \frac{3\pi}{3}$

$= \pi \ m/min$

$= 3.1416 \ m \ min^{-1}$

গড় বেগ, $\bar{v} = \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}} = \frac{2\pi}{3}$

$= \frac{2\times3}{3}$

$= 2 \ m \ min^{-1}$

* সরলরৈখিক পথে চলমান বস্তুর গড়দ্রুতি ও গড়বেগ সমান।

Case-01 : প্রথম s একক দূরত্ব v_1 এবং পরবর্তী s একক দূরত্ব v_2 দ্রুতিতে অতিক্রান্ত বস্তুর গড়দ্রুতি নির্ণয় :

v_1 | v_2

$s_1 = s$, সময় $= t_1$ | $s_2 = s$, সময় $= t_2$

গড়দ্রুতি $= \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}} = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2}$

$= \frac{s+s}{\frac{s}{v_1}+\frac{s}{v_2}}$ | $s = v_1 t_1$, $t_1 = \frac{s}{v_1}$

$= \frac{2s}{s\left(\frac{v_1+v_2}{v_1 v_2}\right)}$

$\therefore \bar{v} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

গড়দ্রুতি $= \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

Case-02: সময় একই এবং দূরত্ব ও বেগ ভিন্ন

v_1 v_2

s_1 s_2

$t_1 = t$ $t_2 = 2$

গড়দ্রুতি, $\bar{v} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

$= \frac{s_1+s_2}{t+t}$

$= \frac{v_1t_1+v_2t_2}{2t}$

$= \sout{v_1(t+t)}\ \frac{t(v_1+v_2)}{2t}$

$= \frac{v_1+v_2}{2}$

গড়দ্রুতি $= \frac{v_1+v_2}{2}$

Case-03: সমজাতীয় সব রাশি ভিন্ন হলে

Sub : NOTE'S Date : Time :

গড়দ্রুতি, $\bar{v}$ = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$

$= \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2}$

Q→ একটি গাড়ি তার যাত্রাপথের অর্ধেক দূরত্ব $40 \ kmh^{-1}$ বেগে এবং বাকি অর্ধেক দূরত্ব $60 kmh^{-1}$ বেগে সরলরৈখিক পথে অতিক্রম করে। তার গড়বেগ নির্ণয় কর।

⇒ $v_1 = 40 \ kmh^{-1}$

$v_2 = 60 \ kmh^{-1}$

$s_1 = s$

$s_2 = s$

গড়বেগ, $\bar{v} = \frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

$= \frac{2 \times 40 \times 60}{100}$

$= 48 \ kmh^{-1}$

Q→ একজন বালক সাইকেল চালিয়ে বাড়ি থেকে $5ms^{-1}$ বেগে স্কুলে যায় এবং $6ms^{-1}$ বেগে বাড়িতে ফিরে আসে। তার গড়দ্রুতি ও গড়বেগ নির্ণয় কর।

⇒ গড়দ্রুতি = $\frac{\text{মোট দূরত্ব}}{}$ $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

$\Rightarrow$ গড়দ্রুতি $\bar{v} = \frac{2 \times 5 \times 6}{5+6}$

$= 5.45 \, ms^{-1}$

গড়বেগ $= \frac{\text{মোট সরণ}}{\text{মোট সময়}}$

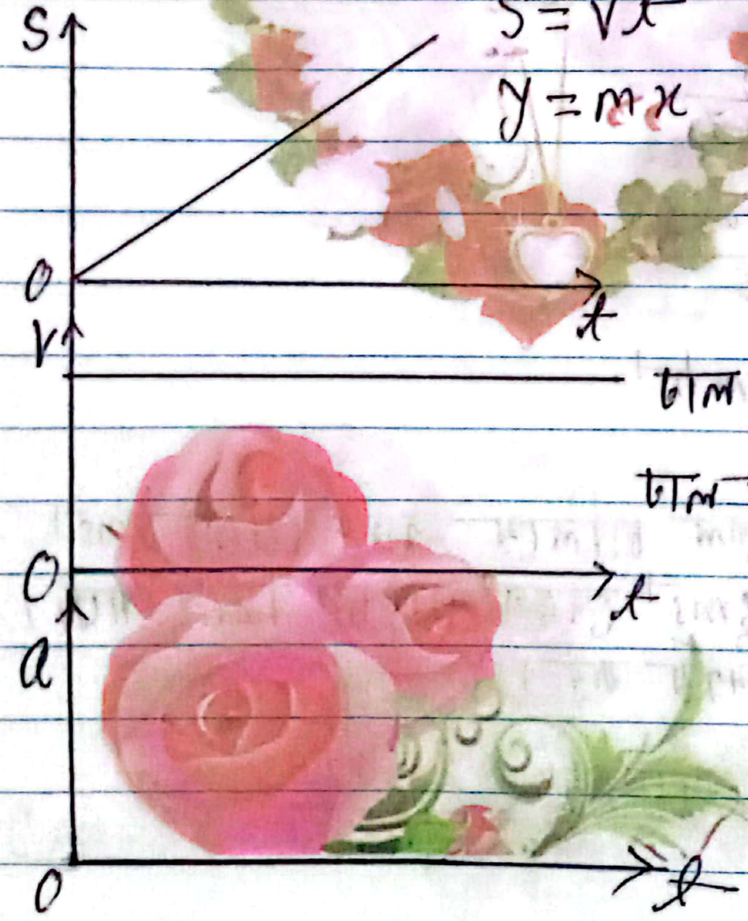
$= \frac{0}{t}$

$= 0 \, ms^{-1}$ (Ans.)

17 Dec 2020

গতির প্রকারসমূহ

① সমবেগ



$S = vt$

$y = mx$

$m = v$ (Constant)

$v = \frac{ds}{dt}$

ঢাল $= \frac{dv}{dt}$

ঢাল $= \frac{d}{dt}(v) = 0$ [v constant]

ঢাল $= \frac{da}{dt}$ $(a=0)$

$= \frac{d}{dt}(0) = 0.$

Sub : **NOTE'S** Date : Time :

② সমত্বরণ

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

আদিবেগ $0\ ms^{-1}$ হলে

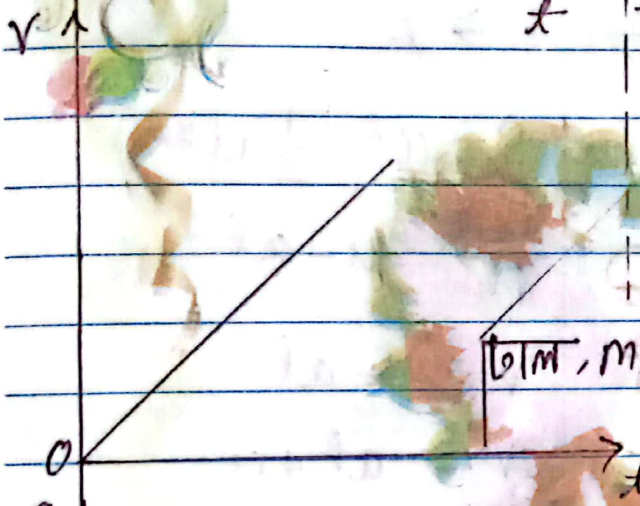
$s = \frac{1}{2}at^2$ ~~ধরি $k = \frac{1}{2}$~~

$\Rightarrow t^2 = 2\frac{1}{a}s$

~~$y^2 = 4Ax$~~ ; $A = $ ~~$\frac{1}{2a}, x = s$~~

$\Rightarrow x^2 = 4Ay$, ~~$y = t$~~

যেখানে, $A = \frac{1}{2a}, x = t, y = s$



বেগ, $v = \frac{ds}{dt}$

$v = \frac{d}{dt}(ut + \frac{1}{2}at^2)$

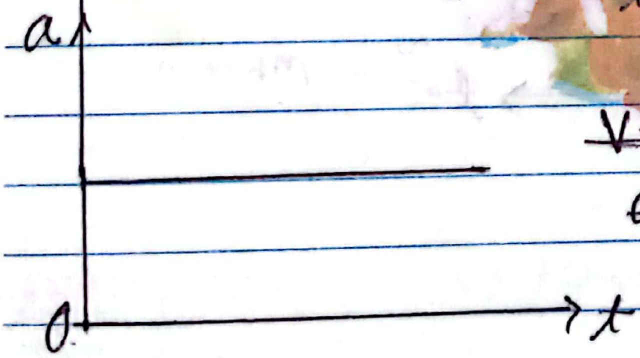
$\Rightarrow v = u + at$

$y = mx + c$

ঢাল, $m = \frac{dv}{dt} = a$

$u = 0$ হলে, $v = at$

$y = mx$

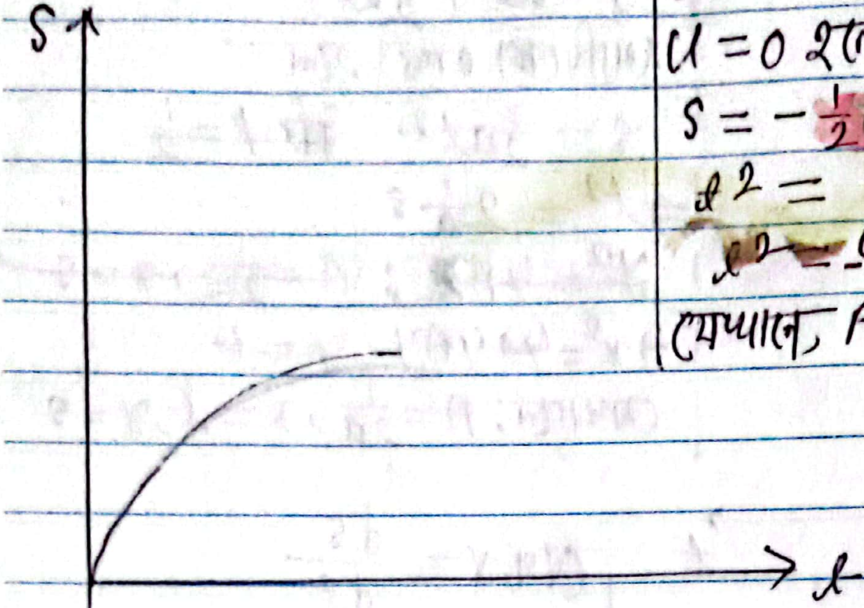


~~$v = u + at$~~ ঢাল $= \frac{d(a)}{dt}$

~~$at = v - u$~~ $= 0$

$a = u$

③ সমমন্দন



$$s = ut - \frac{1}{2}at^2$$

$u = 0$ হলে

$$s = -\frac{1}{2}at^2$$

$$t^2 = -2\frac{1}{a}s$$

$$t^2 = -4As$$

যেখানে, $A = +\frac{1}{2a}$

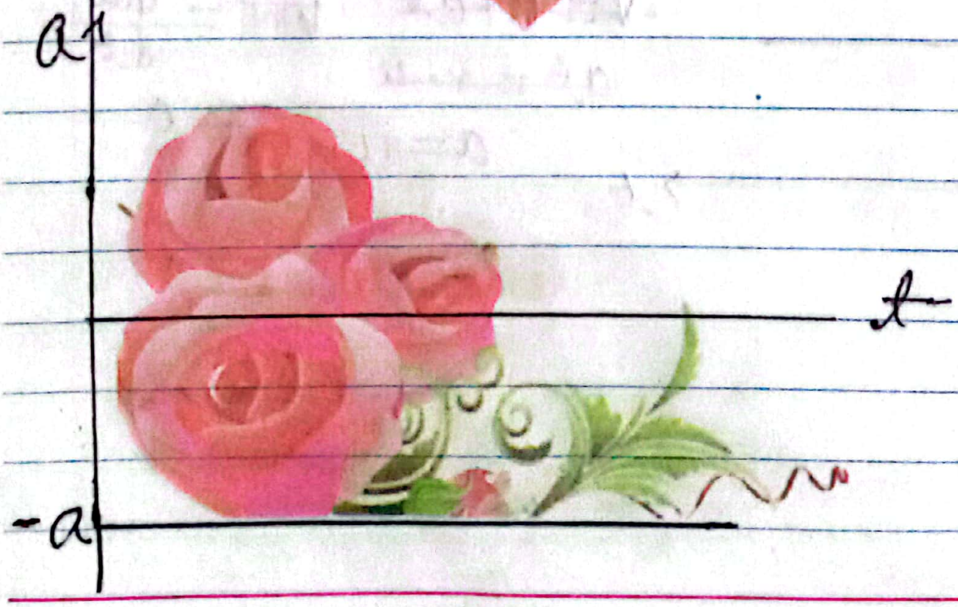
$$s = ut - \frac{1}{2}at^2$$

$$\frac{ds}{dt} = u - at$$

$$v = u - at$$

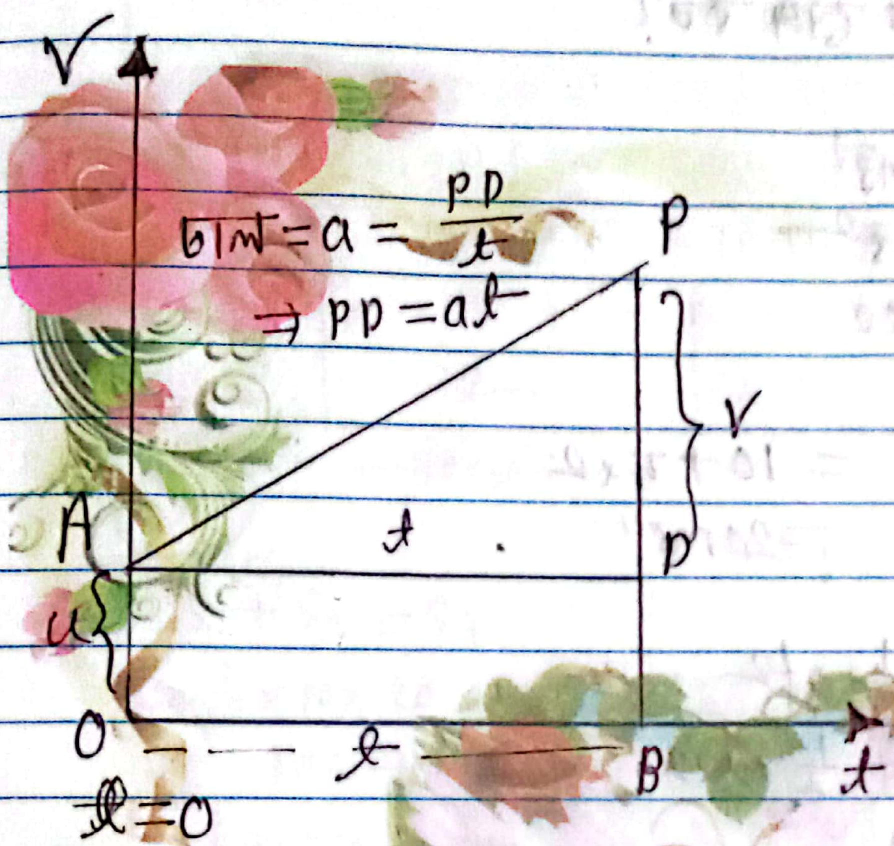
$$v = -at + u$$

$$y = -mx + c.$$



গ্রাফ থেকে গতির সূত্র প্রমাণ

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$



ট্রাপিজিয়াম AOBP এর ক্ষেত্রফল = AOBD এর ক্ষেত্রফল + $\triangle ADP$

$= u.t + \frac{1}{2} t.PD$

সরণ, $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

গ্রাফের সাহায্যে গতির Problem Solve করতে নিম্নোক্ত বিষয়গুলো জরুরি।

(i) x অক্ষে সময় নিতে হবে

(ii) y " বেগ " "

ক্ষেত্রফল = সরণ

ঢাল = ত্বরণ

একটি গাড়ি কোনো বিন্দু $10\,ms^{-1}$ বেগে অতিক্রম করার পর $2\,ms^{-2}$ ত্বরণ নিয়ে 5 sec চলল। গাড়িটির সরণ ও 5 sec পর বেগ কত?

⇒ $u = 10\,ms^{-1}$
$a = 2\,ms^{-2}$
$t = 5\,sec$

$v = u + at = 10 + 5 \times 2$
$= 20\,ms^{-1}$

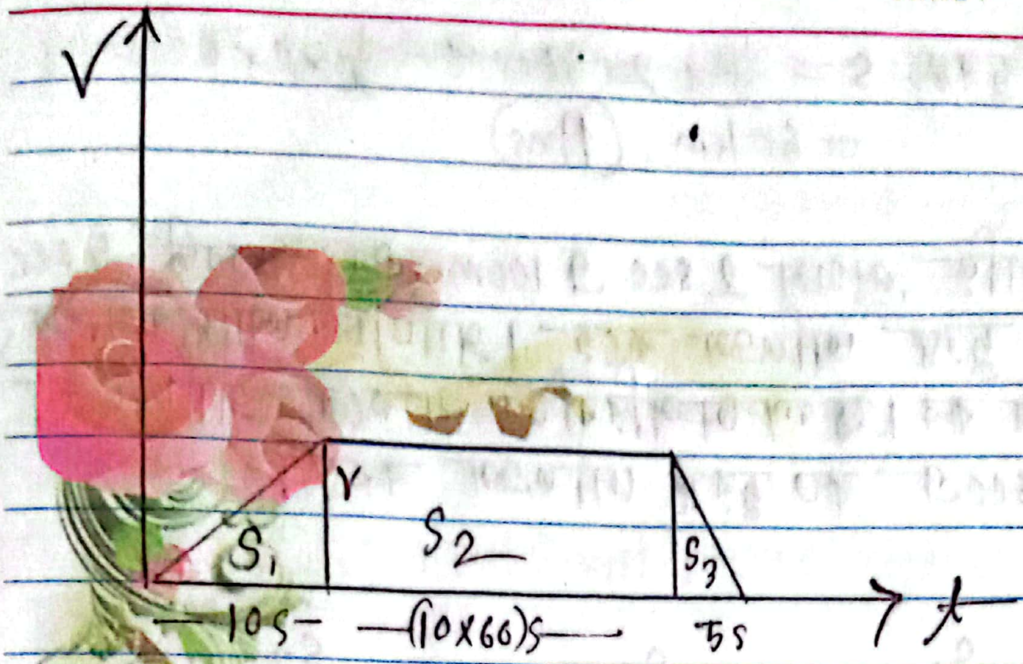
$s = ut + \frac{1}{2}at^2$
$= 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 2 \times 25$
$= 75\,m.$

Lecture : 3.03

50 kg ভরের একজন চালক 950 kg ভরের একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা হতে 10 sec সমত্বরণে চালাল। অতঃপর 10 min সমবেগে চালানোর পরে 5 sec সময়ের মধ্যে চালক গাড়িটিকে ব্রেক প্রয়োগ করে থামালো। যাত্রা শুরুর 2 sec এ গাড়ির অর্জিত বেগ $4\,ms^{-1}$ হলে গাড়ির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = ?

⇒ ত্বরণ, $a = \frac{4-0}{2-0} = 2\,ms^{-2}$

10 s এ বেগ, $v = 2 \times 10 = 20\,ms^{-1}$



$S = S_1 + S_2 + S_3$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 20 + 600 \times 20 + \frac{1}{2} \times 5 \times 20$

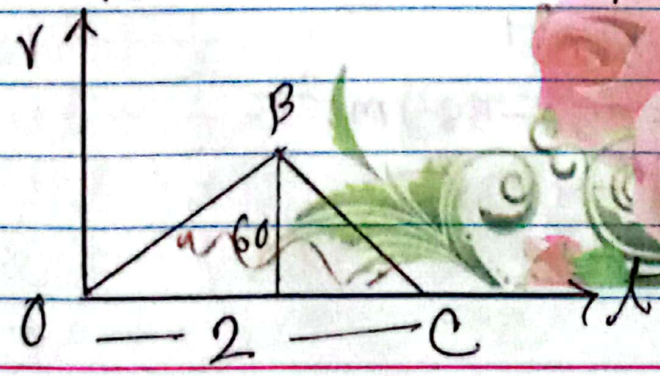
$= 100 + 12000 + 50$

$= 12150 m$

∴ গাড়িটির মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = 12150 m. (Ans.)

প্র: একটি গাড়ি A স্টেশন হতে স্থিরাবস্থায় যাত্রা শুরু করে সমত্বরণে চলে B স্টেশনে পৌঁছায়। অতঃপর সমমন্দনে চলে C স্টেশনে গিয়ে থামে গিয়ে থামে। যাত্রাপথে সর্বোচ্চ বেগ $60 kmh^{-1}$ এবং যাত্রাকালের মোট সময় 2h হলে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব = ?

⇒

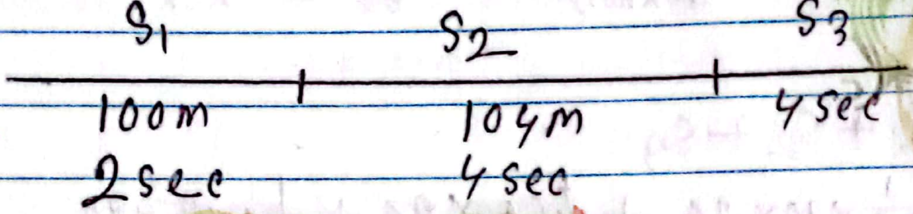


অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = \frac{1}{2} \times 2 \times 60$

$= 60 \text{ km}$ (Ans)

একটি গাড়ি প্রথম 2 sec এ 100m এবং পরবর্তী 4 sec এ 104m দূরত্ব অতিক্রম করে। গাড়িটির আদিবেগ এবং ত্বরণ নির্ণয় কর। ত্বরণ অপরিবর্তিত থাকলে গাড়িটির পরবর্তী 4 sec এ কত দূরত্ব অতিক্রম করবে?

⇒



$s_1 = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow 100 = 2u + 2a$

$\Rightarrow u + a = 50 \quad \text{—(i)}$

$(s_1 + s_2) = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\Rightarrow 100 + 104 = 6u + 18a$

$\Rightarrow u + 3a = 34 \quad \text{—(ii)}$

i ও ii সমাধান করে পাই,

আদিবেগ, $u = 58 \text{ ms}^{-1}$

ত্বরণ, $a = (50 - 58) \text{ ms}^{-2}$

$= -8 \text{ ms}^{-2}$

Scanned with CamScanner

10 sec এ গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = $ ~~100~~ $ut + \frac{1}{2}at^2$

$= 58 \times 10 - \frac{1}{2} \times 8 \times 100$

$= 580 - 400$

$= 180m.$

∴ শেষ 4 sec এ গাড়িটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 180 - 204$

$= -24m$

∴ শেষ 4 sec এ গাড়িটি আদিবেগের বিপরীত দিকে 24m দূরত্ব অতিক্রম করবে।

Q: দুটি গাড়ি যথাক্রমে $10ms^{-1}$ ও ~~5~~ এবং $5ms^{-1}$ বেগ নিয়ে প্রতিযোগিতায় অংশ নেয়। গাড়িদ্বয়ের ত্বরণ যথাক্রমে $2ms^{-2}$ এবং $3ms^{-2}$। গাড়ি দুটি যদি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌঁছে তবে কতক্ষণ ধরে প্রতিযোগিতায় অংশ নিয়েছিল?

⇒ ধরি, সময় $= t$

$u_1 = 10ms^{-1}$

$a_1 = 2ms^{-2}$

$u_2 = 5ms^{-1}$

$a_2 = 3ms^{-2}$

$s = u_1t + \frac{1}{2}a_1t^2$

$= 10t + \frac{1}{2} \times 2 \times$ ~~100~~ t^2

$= 10t + t^2$ —— (i)

$s = u_2t + \frac{1}{2}a_2t^2$

$= 5t + 1.5t^2$ —— (ii)

$(i - ii) \Rightarrow 5t - 0.5t^2 = 0$

$\Rightarrow t^2 - 10t = 0$

$\Rightarrow t(t-10) = 0$

$\Rightarrow t - 10 = 0$

$\Rightarrow t = 10$ (Ans.)

প্রশ্ন: ঘন্টায় 108 km বেগে চলমান একটি গাড়ির চালক তার 100m সামনে একটি বালককে দেখতে পেলেন। সাথে সাথে ব্রেকপ্রয়োগ করে করায় গাড়িটি বালকের 10 m সামনে এসে থেমে গেল। গাড়িতে প্রযুক্ত মন্দন এবং গাড়িটি থামতে কত সময় লেগেছিল?

$\Rightarrow$

$u = 180\ kmh^{-1}$

$s = 10 \times 10^{-3}$ ~~m~~ km.

$v = 0$

$a = ?$

$v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow u^2 + 2as = 0$

$\Rightarrow 2as = -u^2$

$\Rightarrow a = \frac{-u^2}{2s} = \frac{-(108)^2}{2 \times 10 \times 10^{-3}}$

$\Rightarrow a = -583200\ kmh^{-2}$

$u = 108\ kmh^{-1}$

$= 30\ ms^{-1}$

$s =$ ~~10 m~~ $90\ m$

$v = 0\ ms^{-1}$

$a = ?$

$v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow 2as = -u^2$

$\Rightarrow a = \frac{-u^2}{2s} = \frac{-30^2}{2 \times 90} = -5 ms^{-1}$

∴ সমুক্ত মন্দন $5 ms^{-1}$

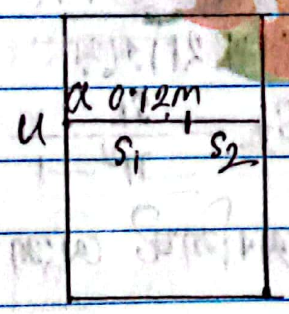
আবার, $v = u + at$

$t = \frac{-u}{a} = \frac{-30}{-5} = 6$ sec.

সময়, $t = 6$ sec (Ans.)

একটি গুলি কোনো দেওয়ালের মধ্যে 0.12 m প্রবেশের পর এর বেগ অর্ধেক হয়ে যায়। গুলিটি ঐ দেওয়ালের মধ্যে আর কতদূর প্রবেশ করবে?

⇒



$v = \frac{u}{2}$

$v^2 = u^2 - 2as_1$

$\Rightarrow 2as_1 = u^2 - v^2$

$= u^2 - \frac{u^2}{4} = \frac{3u^2}{4}$

$\Rightarrow a = \frac{3u^2}{4S_1}$

আবার, $0^2 = u^2 - 2aS_2$

~~$\Rightarrow 2aS_2 = u^2$~~

~~$\Rightarrow S_2 = \frac{u^2}{2a} = \frac{u^2}{\frac{3u^2}{4S_1}}$~~

$\Rightarrow 0^2 = \left(\frac{u}{2}\right)^2 - 2aS_2$

$\Rightarrow 2aS_2 = \frac{u^2}{4}$

$\Rightarrow S_2 = \frac{u^2}{4 \times 2a} = \frac{u^2}{4 \times \frac{3u^2}{4S_1}} = \frac{S_1}{3}$

$\Rightarrow S_2 = \frac{0.12}{3} = 0.04$ m (Ans.)

Shortcut: একটি গুলি কোনো দেয়ালের ভিতর S_1 দূরত্ব প্রবেশের পর কিছু পরিমাণ বেগ হারিয়ে আরও S_2 দূরত্ব অতিক্রম করে থেমে যাবে এবং $S_2 = \frac{S_1}{n^2 - 1}$

$\frac{1}{n}$ = বেগের অবশিষ্ট অংশ

→ একটি গুলি কোনো দেয়ালের মধ্যে প্রবেশের পর ~~বেগ~~ 75% বেগ হারি 0.06 m ~~প্রবেশ করে~~ অতিক্রম করে

→ একটি গুলি কোনো দেয়ালের মাঝে 0.06 m প্রবেশের পর বেগ 75% হারায়। গুলিটি আর কতটুকু প্রবেশ করবে?

Time :

⇒ $S_2 = \frac{S_1}{n^2-1}$

$= \frac{0.06}{4^2-1}$

$= 4\times10^{-3}$ m (Ans.)

$\frac{1}{n} = 25\%$

$\frac{1}{n} = \frac{25}{100}$

$n = 4$

8) একটি বিমানবন্দরের রানওয়ের দৈর্ঘ্য 100m. রানওয়ে থেকে 1 টি বিমান উড়তে হলে 216 kmh^{-1} বেগপ্রাপ্ত হতে হয়। 15 ms^{-2} ত্বরণে ত্বরান্বিত কোনো বিমান উক্ত রানওয়ে থেকে উড়তে সক্ষম হবে কি? উড়তে হলে রানওয়ের দৈর্ঘ্য ন্যূনতম কত হতে হবে?

⇒ $v = 216\ kmh^{-1}$

$= 60\ ms^{-1}$

$v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow 2as = v^2$

$\Rightarrow s = \frac{v^2}{2a} = \frac{60^2}{15\times2}$

$\Rightarrow s = 120$ m.

সুতরাং বিমানটি উড়তে পারবে না। বিমানটি উড়তে হলে রানওয়ের দৈর্ঘ্য ন্যূনতম 120m হতে হবে।

Scanned with CamScanner

Sub : NOTES Time :

Lecture - 3.04

সুষম ত্বরণে চলমান বস্তুকণার ক্ষেত্রে t তম সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয়

t sec এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_t = ut + \frac{1}{2}at^2$

$(t-1)$ sec " " " ", $S_{(t-1)} = u(t-1) + \frac{1}{2}a(t-1)^2$

t তম sec এ বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{th} = S_t - S_{(t-1)}$

$S_{th} = ut + \frac{1}{2}at^2 - \{u(t-1) + \frac{1}{2}a(t-1)^2\}$

$S_{th} = ut + \frac{1}{2}at^2 - ut + u - \frac{1}{2}a(t^2 - 2t + 1)$

$= ut + \frac{1}{2}at^2 - ut + u - \frac{1}{2}at^2 + at - \frac{1}{2}a$

$S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t - 1)$

* t তম সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$

Q→ একটি গাড়ি স্থিরাবস্থা হতে চলে সুষম ত্বরণে চলে 2sec এ 8 m দূরত্ব অতিক্রম করে। গাড়িটি ৫ম সেকেন্ডে কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করবে?

⇒ ত্বরণ, a = $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$8 = 0 + \frac{1}{2}a \times 4$

$\Rightarrow 2a = 8$

$\Rightarrow a = 4ms^{-2}$

৫ তম সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{th} = u + \frac{1}{2}a(2t-1)$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (10-1) = 18m$

$= 18m$ Ans.

Sub : NOTES Date : Time :

৪। একটি গাড়ি 9th সেকেন্ডে 30m এবং 19th সেকেন্ডে 50m দূরত্ব অতিক্রম করে। গাড়িটি ১ম থেকে ৪ সেকেন্ডে মোট কতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে?

⇒ 9th সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_{9th} = ~~ut + \frac{1}{2}~~ u + \frac{1}{2}a(2t-1)$

$S_{9th} = u + \frac{1}{2}(18-1)a$

$\Rightarrow 30 = u + 17/2\, a$

$\Rightarrow 17a + 2u = 60$ —(i)

19th মানে ২য় ভাগ

$S_{19th} = u + \frac{1}{2}a(2\times19-1)$

$\Rightarrow 50 = u + 37/2\, a$

$\Rightarrow 37a + 2u = 100$ —(ii)

i ও ii solve করে পাই, $a = 2ms^{-2}$

$u = 13ms^{-1}$

৪ ১ম 8 sec এ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$= 13\times8 + \frac{1}{2}\times2\times64$

$= 168$ m

সমবেগে গতির সূত্র

$s = vt \longrightarrow s \propto t$

সমত্বরণে গতির সূত্র

$s = ut + \frac{1}{2}at^2 \longrightarrow u = 0$ হলে $s = \frac{1}{2}at^2$

$v = u + at$ $\quad s \propto t^2$

$v^2 = u^2 + 2as$ $\quad s' \propto t^2$

Sub : NOTE'S Date : Time :

সমমন্দনে গতির সূত্র

$s = ut - \frac{1}{2}at^2 \rightarrow s \propto -t^2$

$v = u - at$

$v^2 = u^2 - 2as.$

অসমত্বরণ / অসমমন্দন

$s \propto t^x$

যেখানে $x > 2$

~~$\frac{d}{dt}$(সরণ (s)) $= \frac{d}{dt}$(বেগ (v)) = ত্বরণ a~~

$\int$ ত্বরণ dt =

* সরণ s $\xrightarrow{\frac{d}{dt}}$ বেগ (v) $\xrightarrow{\frac{d}{dt}}$ ত্বরণ (a)

সরণ (s) $\xleftarrow{\int dt}$ বেগ (v) $\xleftarrow{\int dt}$

Q→ একটি বস্তুর সরণের সমীকরণ, $s = (3t^3 + 4t + 2)\,m$ বস্তুটির $t = 2$ sec সময়ে বেগ এবং ত্বরণ নির্ণয় কর।

⇒ $s = (3t^3 + 4t + 2)m$

বেগ, $v = \frac{ds}{dt} = (9t^2 + 4)\,ms^{-1}$

$t = 2$ sec সময়ে বেগ $= 36 + 4$

$= 40\,ms^{-1}$

Sub :

NOTE'S

Date :
Time :

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = 18t$

$t = 2$ sec সময়ে ত্বরণ $= 18 \times 2 = 36 ms^{-2}$

তিনটি গাড়ির বেগ যথাক্রমে $v = 3t$, $v = -3t$ এবং $v = 9t^2$। কোনক্ষেত্রে ত্বরণের প্রকৃতি কেমন হবে?

⇒ ১ম: $a = \frac{dv}{dt} = 3 ms^{-2}$ → সমত্বরণ
২য়: $a = -3ms^{-2}$ → সমমন্দন
৩য়: $a = 18t$ → অসমত্বরণ

কোনো কণার ত্বরণের সমীকরণ $a = (2t^2 + 5) ms^{-2}$, $t = 2$ sec সময়ে কণার বেগ এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব কত?

⇒ বেগ, $v = \int a\, dt$

$= \int (2t^2 + 5)\, dt$

$= \frac{2}{3}t^3 + 5t + c$

$t = 2$ sec সময়ে বেগ $= \left[\frac{2}{3}t^3 + 5t + c\right]_0^2$

$= \frac{2}{3} \times 8 + 5 \times 2$

$= 15.33 ms^{-1}$

অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S = \int_0^2 v\, dt$

$= \int_0^2 \left(\frac{2}{3}t^3 + 5t\right) dt$

$$\Rightarrow S = \left[\frac{2}{3\times4}t^4 + \frac{5}{2}t^2\right]_0^2$$

$$= \frac{2}{3\times4}\times16 + \frac{5}{2}\times4$$

$$= ~~18\,m~~ \; 12.6\,m.$$

Q→ একটি বাস স্থিরাবস্থা হতে $2ms^{-2}$ সমত্বরণে চলতে শুরু করল। বাস মিস করায় সাদ বাসের পেছন দরজা হতে 25m এবং অনিক পেছন দরজা হতে 30m দূর থেকে বাস ধরার জন্য $10ms^{-1}$ সমবেগে দৌড়াতে শুরু করল।

(i) সাদ কতক্ষণ পর বাসে উঠতে পারবে?

(ii) সাদ বাসে উঠতে পারলেও অনিক বাসে উঠতে পারবে না - গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

⇒ (i) ধরি, সাদ t সময় পর বাসে উঠতে পারবে।

t সময়ে সাদের অতিক্রান্ত দূরত্ব, $S_1 = 10t$ —(i)

t " " " ", $S_2 = ut + \frac{1}{2}\cdot2t^2$

$S_2 = t^2$ —(ii)

প্রশ্নমতে,

$$~~10t~~ + \; 10t = t^2 + 25$$

$$\Rightarrow t^2 - 10t + 25 = 0$$

$$\Rightarrow (t-5)^2 = 0$$

Sub : NOTES Time :

$\therefore t = 5$ sec

∴ যদি 5 sec পর বাসে উঠতে পারবে।

(ii) ধরি, অনিক বাসের পেছন দরজা হতে x m দূর হতে $10ms^{-1}$ বেগে দৌড়ালে t sec পর বাসে উঠতে পারে।

t sec এ বাসের অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_1 = \frac{1}{2} \cdot 2t^2$
$= t^2$

t sec এ অনিকের অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_2 = 10t$

প্রশ্নমতে, $s_2 = s_1 + x$

$\Rightarrow 10t = t^2 + x$

$\Rightarrow t^2 - 10t + x = 0$ —(1)

$D \geq 0$ হলে মূলদ্বয় বাস্তব হবে।

$\therefore 100 - 4x \geq 0$

$4x \leq 100$

$x \leq 25$

বাসের পেছন দরজা হতে ন্যূনতম 25m দূর থেকে দৌড়ালে বাসে উঠা সম্ভব। কিন্তু অনিক পেছন দরজা হতে 30m দূর থেকে দৌড় শুরু করে। তাই অনিক বাসে উঠতে পারবে না।

Sub : NOTE'S Date : 18-12-20
Time :

Lecture 9.05

গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র

১ম সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত সকল বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

~~২য় সূত্র: স্থির অবস্থান~~ থেকে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট মুহূর্তে বেগ

২য় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট মুহূর্তের বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক

$v = u + at$ (u = 0)

$v = gt$

$v \propto t$

* $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \frac{v_3}{t_3} =$ ধ্রুবক

৩য় সূত্র: স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$ (u = 0)

$h = \frac{1}{2}gt^2$

$h \propto t^2$

$\therefore \frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \frac{h_3}{t_3^2} =$ ধ্রুবক

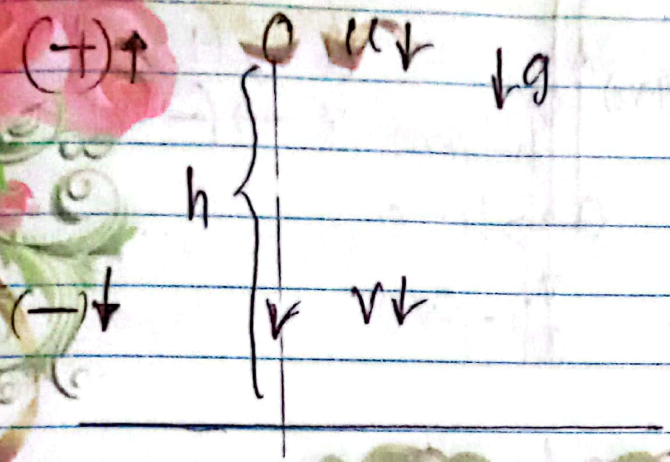
Scanned with CamScanner

NOTE'S

Sub: .... Date: .... Time: ....

* পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গতির সূত্রগুলোর প্রয়োগ কৌশল

Type Case-01 : উপর থেকে বস্তু খাড়া উপরে নিক্ষেপ



$-v = -u - gt$

(01) $v = u + gt$

(02) $-h = -ut - \frac{1}{2}gt^2$

$h = ut + \frac{1}{2}gt^2$

(03) $-v^2 = -u^2 - 2g$

Case-02 : নিচ থেকে খাড়া উপরে নিক্ষেপ

Type-01 : সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর আগে

$v = ut - gt$

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

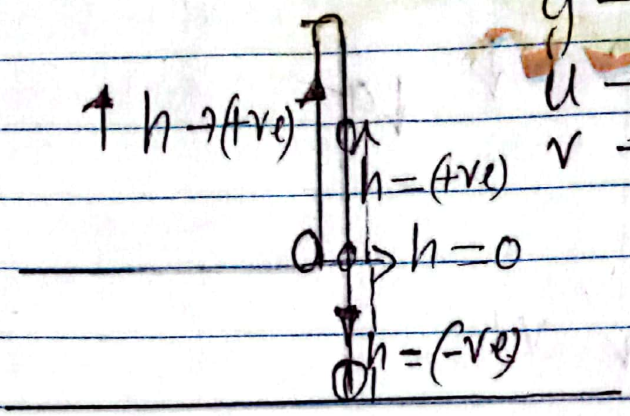
Type-02 : সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছানোর পরে

$v = ut - gt$

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

Scanned with CamScanner

Case-03: নিচ থেকে উপরে নিক্ষেপ কিন্তু বস্তু পৌঁছাবে নিক্ষেপ বিন্দুর নিচে



$g \rightarrow (-ve) \downarrow$

$u \rightarrow (+ve) \uparrow$

$v \rightarrow (-ve)$

$$v = +u - gt$$

$$h = +ut - \frac{1}{2}gt^2$$

$h \rightarrow (+ve)$ হবে সরণ উপরের দিকে হলে
$h \rightarrow (-ve)$ " " নিচের " "
h নির্ণয় করতে হলে h এর আগে চিহ্ন বসাতে হবে না।

প্রশ্ন: একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে $98\ ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হল। দেখাও যে $3\ sec$ ও $17\ sec$ এ বস্তুর বেগের মান সমান এবং বিপরীতমুখী।

⇒ $u = 98\ ms^{-1}$

$t_1 = 3\ sec$

$t_2 = 17\ sec$

Sub: NOTE'S Date: Time:

3 sec এ বেগ, $v_1 = u - gt_1$

$= 98 - 9.8 \times 3$

$= ~~88.2 ms^{-1}~~ \; 68.6 ms^{-1}$

17 sec এ বেগ, $v_2 = u - gt_2$

$= 98 - 9.8 \times 17$

$\Rightarrow v_2 = -68.6 ms^{-1}$

$\Rightarrow v_2 = -v_1$

সুতরাং, 3 sec ও 17 sec এ বেগ সমান এবং বিপরীতমুখী।

Q) 10 m উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে $20 ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। ভূমিতে পড়তে বস্তুটির কত সময় লাগবে?

$\Rightarrow$ $u = 20 ms^{-1}$

সরণ, $h = -10 m$

$g = 9.8 ms^{-1}$

$t = ?$

আমরা জানি, $h = ut - \frac{1}{2} gt^2$

$\Rightarrow -10 = 20t - \frac{1}{2} \times 9.8 t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 - 20t - 10 = 0$

$\Rightarrow t = 4.53 sec$

$\therefore$ ভূমিতে পৌঁছাতে বস্তুটির 4.53 sec লাগবে।

10m উচ্চতা হতে একটি বস্তুকে $20 ms^{-1}$ বেগে নিচে নিক্ষেপ করা হল। বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছাতে কত সময় লাগবে?

⇒ $u = -20 ms^{-1}$

$h = -10 m$

$g = 9.8 ms^{-2}$

সময়, $t = ?$

আমরা জানি,

$$\sout{-h = -ut - \frac{1}{2}gt^2}$$

$$\Rightarrow h = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

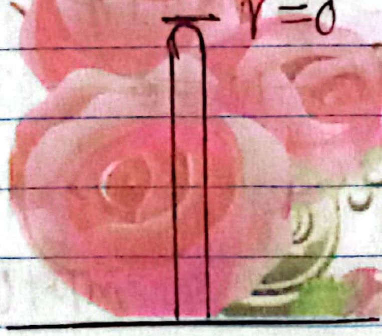
$$\Rightarrow -10 = -20t - 4.9t^2$$

$$\Rightarrow 4.9t^2 + 20t + 10 = 0$$

$$\Rightarrow t = 0.45 \text{ sec.}$$

∴ বস্তুটির ভূমিতে পৌঁছাতে 0.45 sec সময় লাগবে।

খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ উচ্চতা



$$v^2 = u^2 - 2gh$$

$$0 = u^2 - 2gh$$

$$\Rightarrow h = \frac{u^2}{2g}$$

Scanned with CamScanner

Sub: NOTE'S Date: Time:

* $h_{max} = \frac{u^2}{2g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, t = নির্ণয়:

$v = u - gt$

$\Rightarrow 0 = u - gt$

$\Rightarrow t = \frac{u}{g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = \frac{u}{g}$

উড্ডয়নকাল বা বিচরণকাল নির্ণয়—

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow 0 = uT - \frac{1}{2}gT^2$

$\Rightarrow gT^2 = 2uT$

$\Rightarrow gT^2 - 2uT = 0$

$\Rightarrow T(gT - 2u) = 0$

$\Rightarrow T = 0$ অথবা, $gT = 2u$

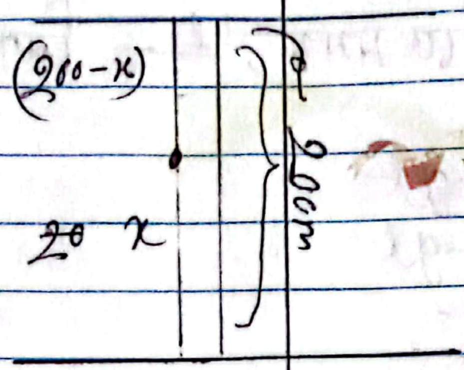
$T = \frac{2u}{g}$

$\therefore$ উড্ডয়নকাল বা বিচরণকাল, $T = \frac{2u}{g}$.

Q) একটি বস্তুকে 200 m উচ্চতা হতে ফেলে দেওয়া হল। অপর একটি বস্তুকে 50 m s⁻¹ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। বস্তুদ্বয় কখন ও কত উচ্চতায় মিলিত হবে?

Sub: NOTE'S Date: Time:

⇒ মনে করি বস্তুদ্বয় t সময় পর ভূমি হতে x উচ্চতায় মিলিত হবে।



200...

১ম বস্তুর ক্ষেত্রে :

$$-(200-x) = -50\times t - \frac{1}{2}\times 9.8 t^2$$

$$-200+x = 4.9t^2$$

২য় বস্তুর ক্ষেত্রে,

$$x = 50t - \frac{1}{2}\times 9.8 t^2$$

$$\Rightarrow 4.9t^2 - 50t + x = 0$$

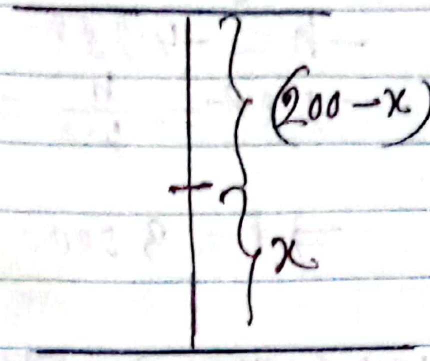
$$\Rightarrow -200+x-50t+x = 0$$

Q⇒ একটি বস্তুকে 200m উচ্চতা হতে ফেলে দেওয়া হল। অপর একটি বস্তুকে $50\ ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। বস্তুদ্বয় কখন ও কত উচ্চতায় মিলিত হবে?

⇒ মনে করি, বস্তুদ্বয় ভূমি হতে x উচ্চতায়, t সময় পরে মিলিত হবে।

প্রথম বস্তুর ক্ষেত্রে, $-(200-x) = ut - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow -200 + x = -4.9t^2$



নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে :

$x = 50t - 4.9t^2$

$\Rightarrow x = 50t - 200 + x$

$\Rightarrow 50t = 200$

$\Rightarrow t = 4$ sec

আবার, $x = -4.9 \times 4^2 + 200$

$= 121.6$ m.

∴ বস্তুদ্বয় ভূমি হতে 121.6m উচ্চতায় 4sec পর মিলিত হবে।

Shortcut: একটি বস্তুকে h উচ্চতা হতে ফেলে দেওয়া হল। অপর একটি বস্তুকে u ms^{-1} বেগে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করা হল। বস্তুদ্বয় কখন এবং কত উচ্চতায় মিলিত হবে?

⇒ সময়, $t = \dfrac{h}{\text{আদিবেগ (নিক্ষিপ্ত বস্তুর)}}$

ভূমি হতে x উচ্চতায় মিলিত হলে, $x = h - 4.9t^2$

Q: 44.1 m গভীর একটি কূপে পাথর নিক্ষেপ করা হল। কূপের মধ্যে শব্দের বেগ 340 ms^{-1} হলে পাথর নিক্ষেপের মুহূর্ত থেকে এটি পানিতে পতনের শব্দ শুনতে অতিক্রান্ত সময় = ?

⇒ পাথর কূপে পৌঁছাতে প্রয়োজনীয় সময় t_1 হলে

$$-h = -4.9t^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{h}{4.9} = \frac{44.1}{4.9} = 9$$

$$\Rightarrow t = 3 \text{ sec.}$$

কূপের তলদেশ হতে কূপের উপরিভাগে শব্দ সে আসতে প্রয়োজনীয় সময় t_2 হলে,

$$t_2 = \frac{h}{v} = \frac{44.1}{340}$$

$$t_2 = 0.129 \text{ sec.}$$

∴ শব্দ ~~শুনতে প্রয়োজনীয়~~ শুনতে প্রয়োজনীয় সময়,

$$t = t_1 + t_2$$
$$= 3 + 0.129$$
$$= 3.129 \text{ sec.} \text{ (Ans)}$$

Lecture - 3.06 | 21-12-2020

দ্বিমাত্রিক গতি বা প্রাসের গতি

ভূমিতে সরলরৈখিক পথে চলমান বস্তুর গতির সূত্রসমূহ:

$$v = u + at$$
$$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$
$$v^2 = u^2 + 2as$$

Scanned with CamScanner

Sub : NOTE'S Date : Time :

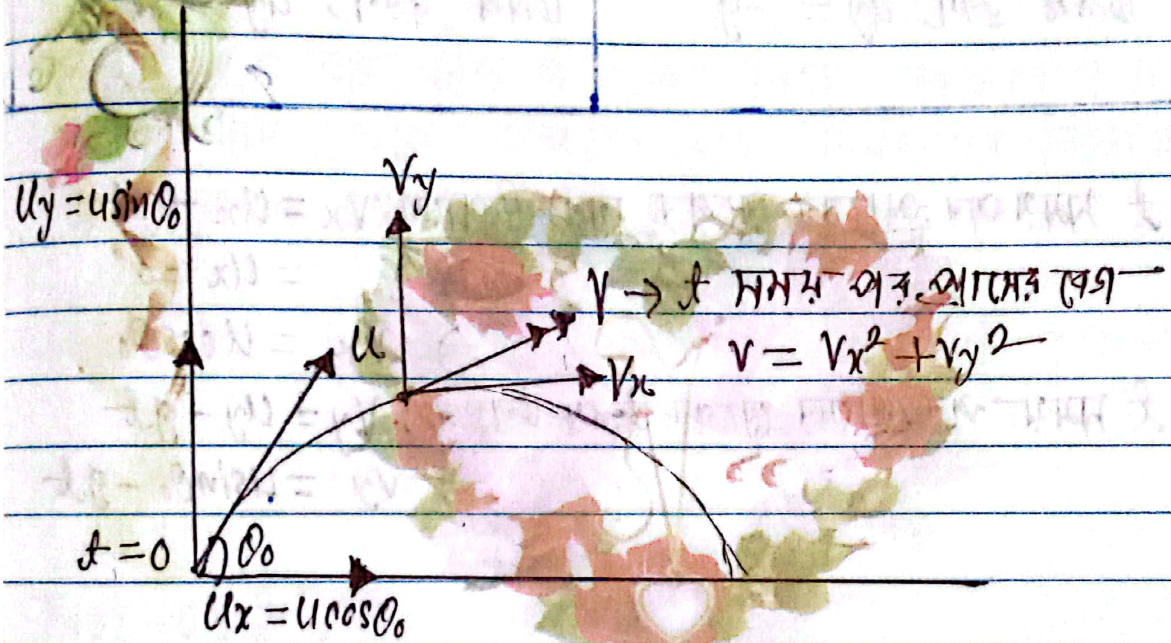
উলম্ব বরাবর নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতির সূত্রসমূহ :

$v = u - gt$

$h = ut - \frac{1}{2}gt^2$

$v^2 = u^2 - 2gh$

প্রাস : অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুকে প্রাস বলে। প্রাসের গতিপথে প্রাসের অনুভূমিক ও উলম্ব উভয় অক্ষ বরাবর সরণ ঘটে।



$t = 0$ সময়ে প্রাসের রাশিমালা		$t = t$ সময়ে প্রাসের রাশিমালা
আদিবেগ $= u$	বেগ	শেষবেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
আদিবেগের অনু: উপাংশ, $u_x = u\cos\theta_0$		শেষবেগের অনু: উপাংশ $= v_x$
আদিবেগের উলম্ব উপাংশ $u_y = u\sin\theta_0$		শেষবেগের উলম্ব উপাংশ $= v_y$

Scanned with CamScanner

$t = 0$ সময়ে প্রাসের রাশিমালা	$t = t$ সময়ে প্রাসের রাশিমালা
অনু: সরণ, $x = 0$ উলম্ব সরণ, $y = 0$ মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2+y^2}$ $= 0$	অনু: সরণ, $x = ?$ উলম্ব সরণ, $y = ?$ মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2+y^2}$
অনু: ত্বরণ, $a_x = 0$ উলম্ব ত্বরণ $a_y = -g$	অনু: ত্বরণ, $a_x = 0$ উলম্ব ত্বরণ, $a_y = -g$

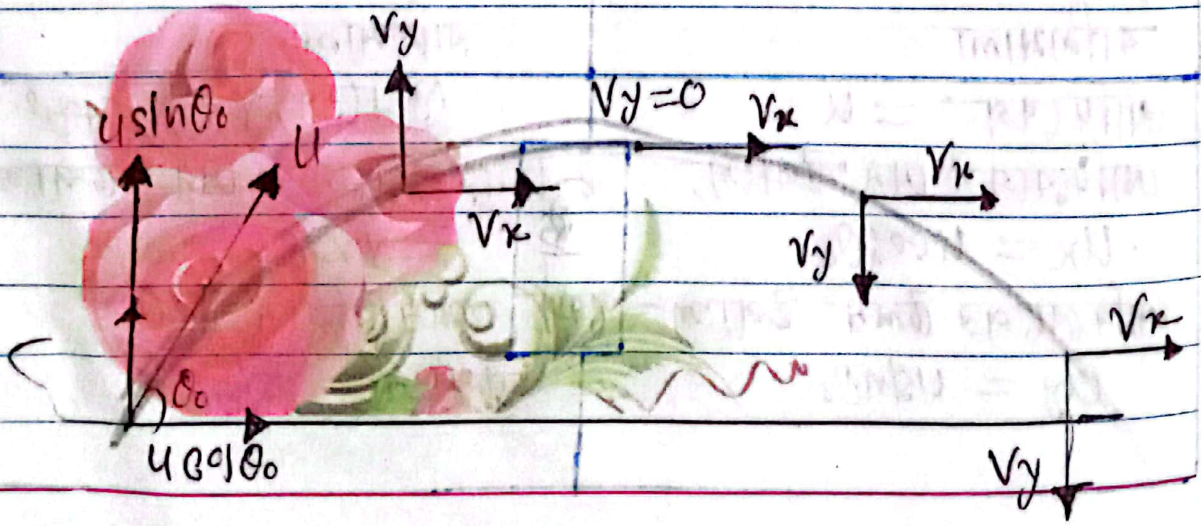
t সময় পর প্রাসের বেগের অনু: উপাংশ, $v_x = u_x - gt$

$= u_x - 0$

$\Rightarrow v_x = u\cos\theta_0$

t সময় পর প্রাসের বেগের উলম্ব উপাংশ, $v_y = u_y - gt$

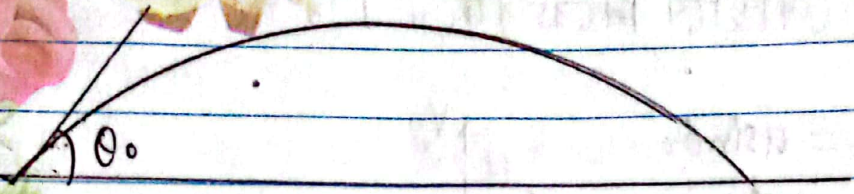
$\Rightarrow v_y = u\sin\theta_0 - gt$



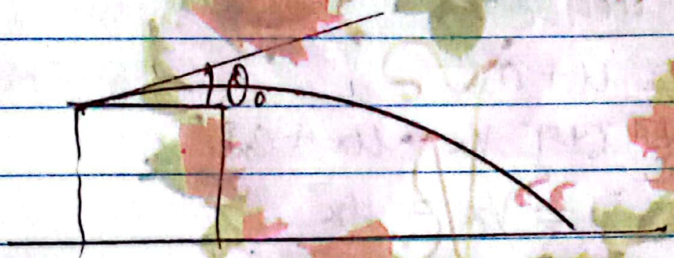
ক্ষেত্রে v_x = constant

* নিচে বিভিন্ন ধরণের প্রাস নিয়ে আলোচনা করা হলঃ

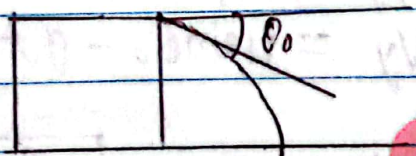
Type-01 : প্রক্ষেপক নিক্ষেপ তলে ফিরে আসবে।



Type-02 : বস্তু নিক্ষেপ তলের নিচে পড়বে। বা কোনো ছাদ থেকে উপরের দিকে তির্যকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথ যেখানে বস্তুটি ভূমিতে পড়বে।

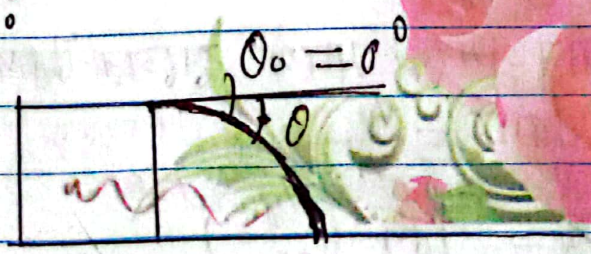


Type-03 : কো-



*

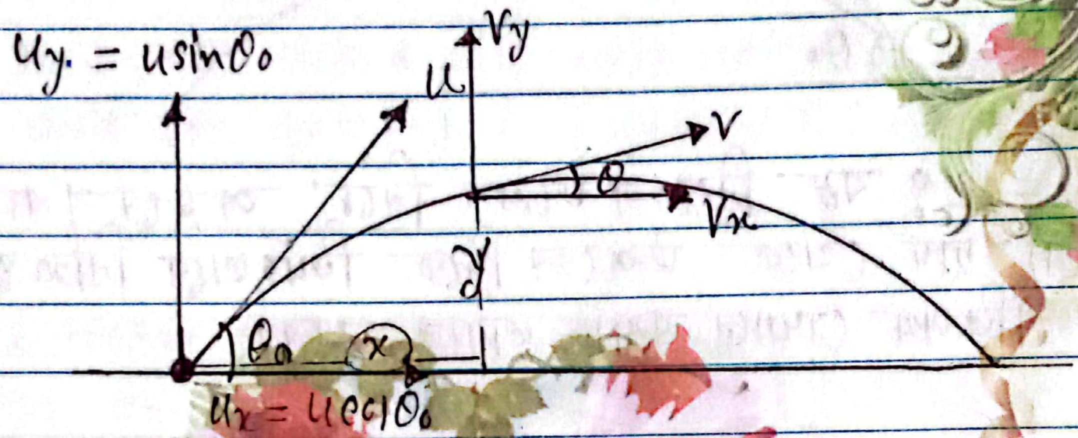
Type-04 :



বিভিন্ন টাইপের প্রাসের জন্য প্রাস সংশ্লিষ্ট রাশিমালার সূত্রসমূহ—

22-12-20

Type-01: অনুভূমিকের সাথে তীর্যক ভাবে উপরের দিকে নিক্ষেপ বস্তু পৌছাবে নিক্ষেপ তলে।



বেগ: $v = u + at$

x অক্ষ বরাবর বেগ, $v_x = u_x + at$

$\Rightarrow v_x = u_x$

$\Rightarrow v_x = u\cos\theta_0$

y অক্ষ বরাবর, $v_y = u_y + a_y t$

$v_y = u\sin\theta_0 - gt$

t সময় পর প্রাসের বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ *

t সময় পর অনুভূমিকের সাথে বেগের উৎপন্ন কোণ θ হলে, $\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

Sub: NOTE'S Date: Time:

সরণ : $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

অনুভূমিক বরাবর সরণ, $x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t$

$\Rightarrow x = u\cos\theta_0 t + 0$

$\Rightarrow x = u\cos\theta_0 t$

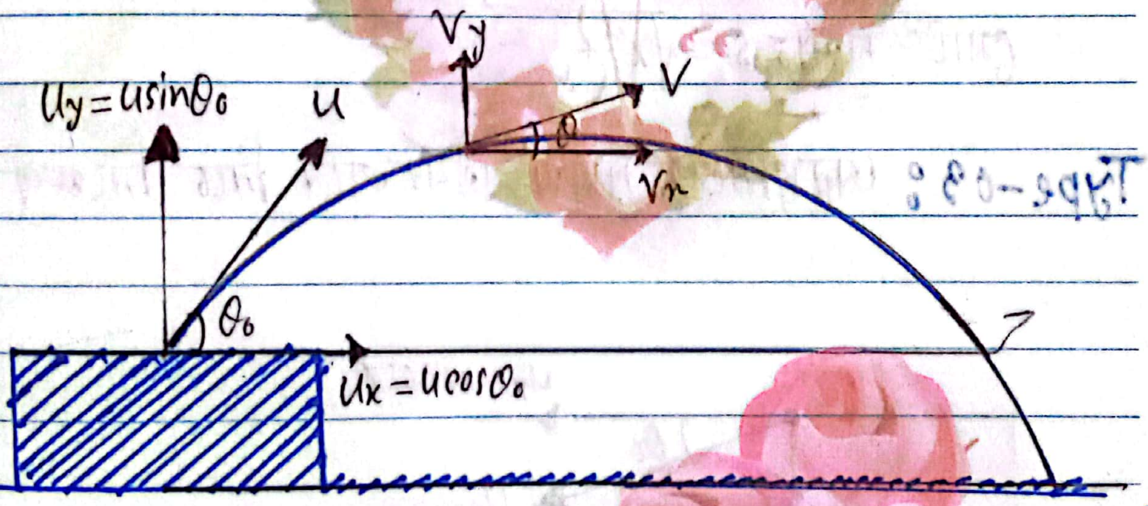
উলম্ব বরাবর সরণ, $y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

~~$\Rightarrow y = u\sin\theta_0 t - 4.9t^2$~~

$\Rightarrow y = u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

মোট সরণ, $S = \sqrt{x^2 + y^2}$

Type-02 : বস্তুকে তীর্যকভাবে উপরে নিক্ষেপ কিন্তু বস্তু পৌঁছাবে নিক্ষেপতলের নিচে।



বেগ : $v = u + at$

অনুভূমিক বরাবর বেগ, $v_x = u_x + a_x t$

$= u\cos\theta_0 + 0$

$\Rightarrow v_x = u\cos\theta_0$

উলম্ব বরাবর বেগ, $v_y = u_y + a_y t$

$\Rightarrow v_y = u\sin\theta_0 - gt$

t সময় পর বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

অনুভূমিকের সাথে বেগের উৎপন্ন কোণ, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

সরণ: $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

অনুভূমিক বরাবর সরণ, $x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$\Rightarrow x = u\cos\theta_0 \, t + 0$

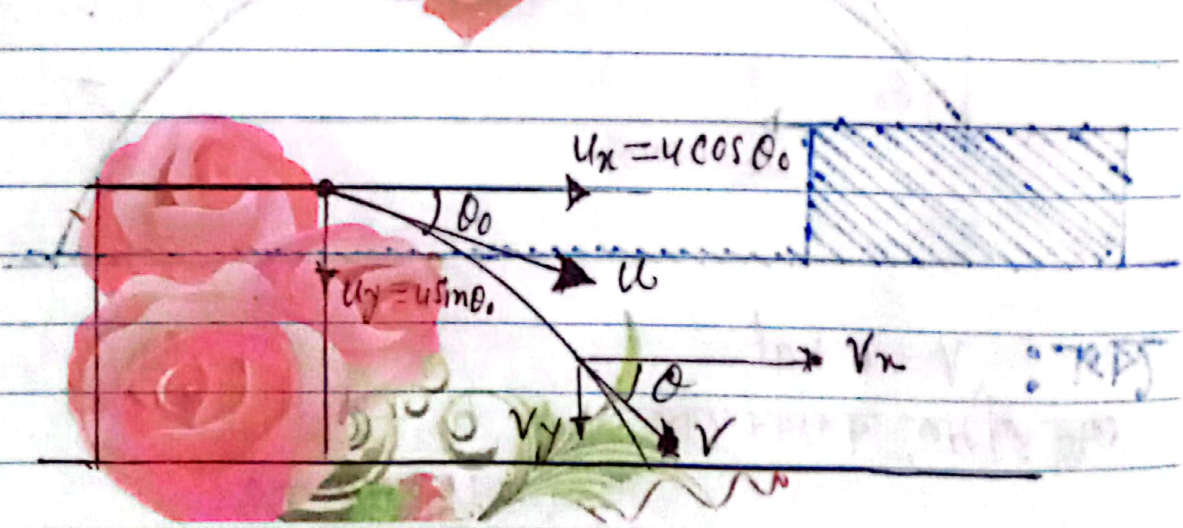
$\Rightarrow x = u\cos\theta_0 \, t$

উলম্ব বরাবর সরণ, $y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$\Rightarrow y = u\sin\theta_0 \, t - \frac{1}{2}gt^2$

মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2 + y^2}$

Type-03: অনুভূমিকের সাথে তীর্যকভাবে নিচে নিক্ষেপ-



Scanned with CamScanner

বেগ : $v = u + at$

অনুভূমিক বরাবর বেগ, $v_x = u_x + a_x t$

$\Rightarrow v_x = u_x + 0$

$\Rightarrow v_x = u ~~\sin~~ u\cos\theta_0$

উলম্ব বরাবর বেগ, $v_y = ~~v~~ + u_y + a_y t$

$\Rightarrow v_y = -u\sin\theta_0 - gt$

t সময় পর বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

সরণ : $s = ut + \frac{1}{2}at^2$

অনুভূমিক বরাবর সরণ, $x = u_x t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$= ~~u\sin~~ u\cos\theta_0 \cdot t + 0$

$\Rightarrow x = u\cos\theta_0 \cdot t$

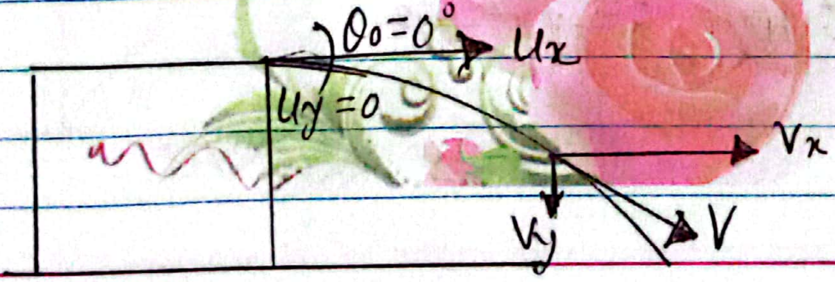
উলম্ব বরাবর সরণ, $y = u_y t + \frac{1}{2}a_y t^2$

$= -u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$= -u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2 + y^2}$

Type-04 : অনুভূমিকের সমান্তরালে নিক্ষেপ



Sub : NOTE'S Date : Time :

বেগঃ $v = u + at$

xঃ $v_x = u_x + a_x t$

$= ~~u\sin\theta_0 + 0~~ \; u\cos\theta_0 + 0$

$= ~~u\sin~~ \; u.1 + 0$

$v_x = u$

yঃ $v_y = u_y + a_y t$

$= 0 + -gt$

$v_y = -gt$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\theta = \tan^{-1} \frac{v_y}{v_x}$

সরণঃ $x = u_x t + \frac{1}{2} a_x t^2$

$x = ut + 0$

$\Rightarrow x = ut$

yঃ $y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$= 0 - \frac{1}{2} g t^2$

$y = -\frac{1}{2} g t^2$

মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2 + y^2}$

Sub : NOTE'S Date : Time :

সবগুলো Type একত্রে মনে রাখা

x অক্ষ — y অক্ষ

বেগ, $V_x = u\cos\theta_0$ (সর্বদা) → বেগ, $V_y = u\sin\theta_0 - gt$

সরণ, $x = u\cos\theta_0 t$ → সরণ, $y = u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

Lecture : 3·07 Date : 22-12-20

প্রাসের বিভিন্ন গাণিতিক সমস্যা ও সমাধান

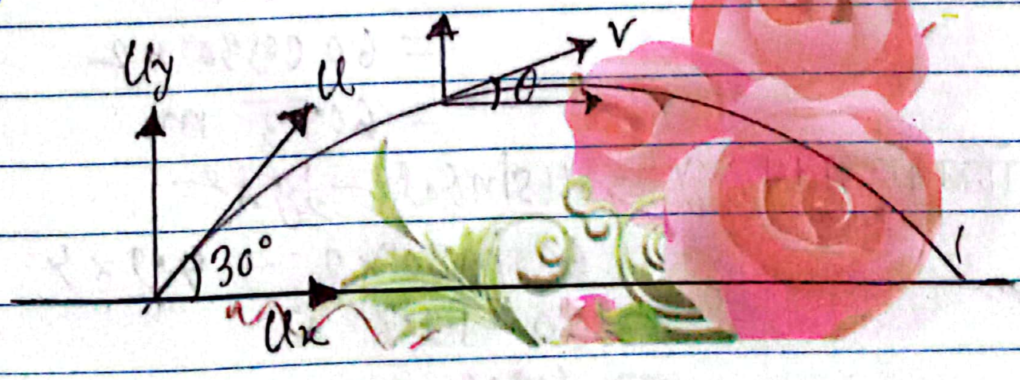
Q→ $60\ ms^{-1}$ বেগে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে শূন্যে নিক্ষেপ করা হল

(i) 2 sec পর বস্তুটির বেগ, অনুভূমিকের সাথে বেগের কোণ এবং সরণ নির্ণয় কর।

(ii) 4 sec পর বস্তুটির অনুভূমিকের সাথে কোণ, বেগ এবং সরণ নির্ণয় কর।

(iii) 2 sec ও 4 sec এ বস্তুর অবস্থান নির্ণয় করে তুমি বস্তুটির গতিপথ সম্পর্কে কি ধারণা পেলে তা চিত্রসহ ব্যাখ্যা কর।

⇒ (i)



Scanned with CamScanner

Sub : Time :

ধরি, $t = 2$ sec পর বেগ $= v$

$t = 2$ sec পর $v_x = u\cos\theta_0$

$= 60\cos30^\circ$

$= 30\sqrt{3}\ ms^{-1}$

$v_y = u\sin\theta_0 - gt$

$= 60\sin30^\circ - 9.8\times2$

$= 30 - 19.6$

$= ~~12.4~~\ 10.4\ ms^{-1}$

$\therefore$ বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$= \sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (10.4)^2}$

$= 52.992\ ms^{-1}$

অনুভূমিকের সাথে বেগের উৎপন্ন কোণ, $\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$

$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{10.4}{30\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \theta = 11.31^\circ$

$t = 2$ sec এ,

বলের অনুভূমিক সরণ, $x = u\cos\theta_0 t$

$= 60\cos30^\circ\times2$

$= 60\sqrt{3}\ m$

উলম্ব সরণ, $y = u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 60\sin30^\circ\times2 - 4.9\times4$

$= 60 - 19.6$

$= 40.4\ m$

মোট সরণ, $x = \sqrt{(60\sqrt{3})^2 + (50.4)^2}$
$= 95.74\, m$

(ii) 4 sec পর বস্তুটির বেগ, অনুভূমিকের সাথে কোণ এবং সরণ নির্ণয় কর।

⇒ $t = 4 sec$ পর —
বস্তুটির অনুভূমিক বেগ, $v_x = u\cos\theta_0$
$= 60\cos 30°$
$= 30\sqrt{3}$

উলম্ব বরাবর বেগ, $v_y = u\sin\theta_0 - gt$
$= 60\sin 30° - 9.8\times 4$
$= -9.2\, ms^{-1}$

∴ 4 sec পর বস্তুটির বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
$= \sqrt{(30\sqrt{3})^2 + (-9.2)^2}$
$= 51.14\, ms^{-1}$

অনুভূমিকের সাথে উৎপন্ন কোণ, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$
$\Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-9.2}{30\sqrt{3}}\right)$
$= -10.04°$

$t = 4 sec$ পর
বস্তুটির অনুভূমিক সরণ, $x = u\cos\theta_0 t$
$= 60\cos 30° \times 4$
$= 120\sqrt{3}$

উলম্ব সরণ, $y = u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$
$= 60\times\frac{1}{2}\times 4 - 4.9\times 16$

Sub: NOTE'S Date: Time:

$\therefore y = 41.6 m.$

মোট সরণ, $s = \sqrt{x^2+y^2}$

$= \sqrt{41.6^2 + (120\sqrt{3})^2}$

$= 211.9 m$

$= 212 m$

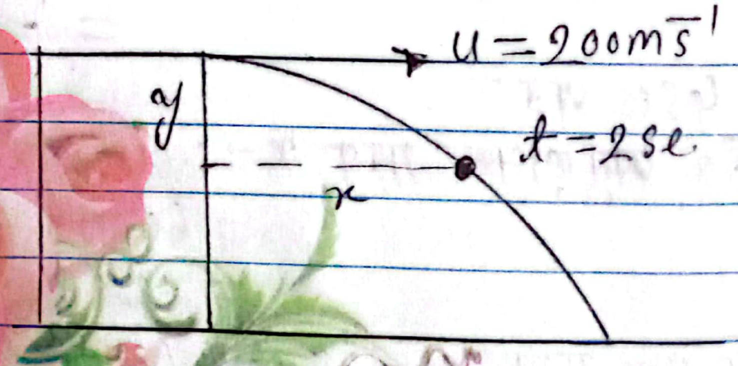
Q→ $200 ms^{-1}$ বেগে ভূমি থেকে 490 m উপর দিয়ে একটি যুদ্ধবিমান অনুভূমিকভাবে উড়ে যাচ্ছে। 2000 m অনুভূমিক দূরত্বে একটি শত্রুঘাটি লক্ষ্য করে বিমান থেকে 5 kg ভরের একটি বোমা ফেলা হল।

(i) 2 sec পর বোমাটির অবস্থান ভেক্টর নির্ণয় কর।

(ii) বোমাটি শত্রুঘাটিতে ঠিকঠাকভাবে আঘাত হানতে পারবে কি না?

(iii) 3 sec পর বোমাটির ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা পালিত হবে কি না — গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

→ (i)



Sub: NOTE'S Date: Time:

$t = 2$ sec পর বোমাটির অনুভূমিক সরণ, $x = ut$

$= 200 \times 2$

$= 400m$

উলম্ব সরণ, $y = u\sin\theta . t - \frac{1}{2}gt^2$

$= 0 - \frac{1}{2} \times 4\ 4.9 \times 4$

$= -19.6\ m$

$\therefore$ 2 sec পর বোমাটির অবস্থান ভেক্টর, $\vec{S} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$= 400\hat{i} - 19.6\hat{j}$

(ii) মনে করি, t সময় পর বোমাটি ভূমিতে পড়বে।

$\therefore y = -\frac{1}{2}gt^2$

$-490 = -4.9\ t^2$

$\Rightarrow t^2 = 100$

$\Rightarrow t = 10$ sec.

10 sec এ বোমাটির অনুভূমিক সরণ, $x = ut$

$= 200 \times 10$

$= 2000m$

$\therefore$ বোমাটি ঠিক ঠিক ভাবে শত্রু ঘাটিতে আঘাত হানতে পারবে।

Date: 24 Dec 2020

Q) 170m উঁচু কোনো ভবনের ছাদ থেকে একটি বস্তুকে $40\ ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে নিচের দিকে নিক্ষেপ করা হল।

Scanned with CamScanner

Sub : .... NOTE'S Date : Time :

(i) ভূমিতে পড়তে বস্তুটির কত সময় লাগবে?
(ii) ভবনের পাদবিন্দু থেকে কতদূরে গিয়ে পড়বে?
(iii) ভূমিতে কত কোণে আঘাত করবে?

⇒ (i) ~~$y = \frac{1}{2}gt^2$~~ $-y = -u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

~~⇒ +170~~

$\Rightarrow 170 = 40\sin 30^\circ t + 4.9t^2$

$\Rightarrow 170 = 20t + 4.9t^2$

$\Rightarrow 4.9t^2 + 20t - 170 = 0$

$\Rightarrow t = 4.19 \text{ sec}$

∴ ভূমিতে পড়তে বস্তুটির 4.19 sec সময় লাগবে।

(ii) ভবনের পাদবিন্দু হতে অতিক্রান্ত দূরত্ব, $x = u\cos\theta_0 . t$

$= 40 \cos 30^\circ \times 4.19$

$= 145.14 m$

(iii) $v_x = +u_x + a_x t$

$= +u\cos\theta_0$

$= +40\cos 30^\circ$

$= +20\sqrt{3} ms^{-1}$

$v_y = -u\sin\theta_0 - gt$

$= -40\times\frac{1}{2} - 9.8\times 4.19$

$= -61.062 ms^{-1}$

বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 70.2 ms^{-1}$

Scanned with CamScanner

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x}$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{-61.062}{26.73}\right)$$

$$= -60.4^{\circ} \text{ (Ans.)}$$

Lecture-3.08.

8> প্রমাণ কর যে, প্রাসের গতিপথ পরাবৃত্ত।

Proof:

$$x = u_x t$$

$$= u\cos\theta_0 \, t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{u\cos\theta_0}$$

$$y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\Rightarrow y = u\sin\theta_0 \, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{\sin\theta_0}{\cos\theta_0} \cdot x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{u^2\cos^2\theta_0}$$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0 - \frac{g x^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$$

$$\Rightarrow y = ax - bx^2$$

যা পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্দেশ করে।

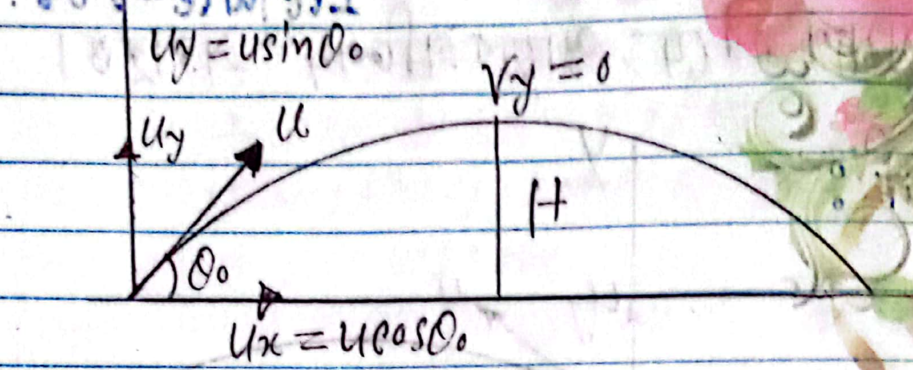
$a = \tan\theta_0$

$b = \frac{g}{2u^2\cos^2\theta_0}$

২৭-১২-২০ Sub: NOTE'S Date: Time:

* যেকোনো প্রাসের উলম্ব সরণ, $y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$

প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয়



$v^2 = u^2 + 2as$

$\Rightarrow v_y^2 = u_y^2 - 2gH$

$\Rightarrow 0 = u^2\sin^2\theta_0 - 2gH$

$\Rightarrow H = \frac{u^2\sin^2\theta_0}{2g}$

প্রাসের সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\theta_0}{2g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়

$v = u + at$

$\Rightarrow v_y = u_y + a_y t$

$\Rightarrow 0 = u_y - gt$

$\Rightarrow gt = u_y$

$\Rightarrow t = \frac{u_y}{g} = \frac{u\sin\theta_0}{g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = \frac{u\sin\theta_0}{g}$

সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে ভূমিতে পৌঁছাতে সময়, $t = \frac{u\sin\theta_0}{g}$

উড্ডয়নকাল বা বিচরণকাল নির্ণয়

$y = u_y t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$\Rightarrow y = u\sin\theta_0 T - \frac{1}{2} g T^2$

$\Rightarrow 0 = u\sin\theta_0 T - \frac{1}{2} g T^2$

$\Rightarrow T(u\sin\theta_0 - \frac{1}{2} gT) = 0$

$\Rightarrow T = 0$ অথবা, $\frac{1}{2} gT = u\sin\theta_0$

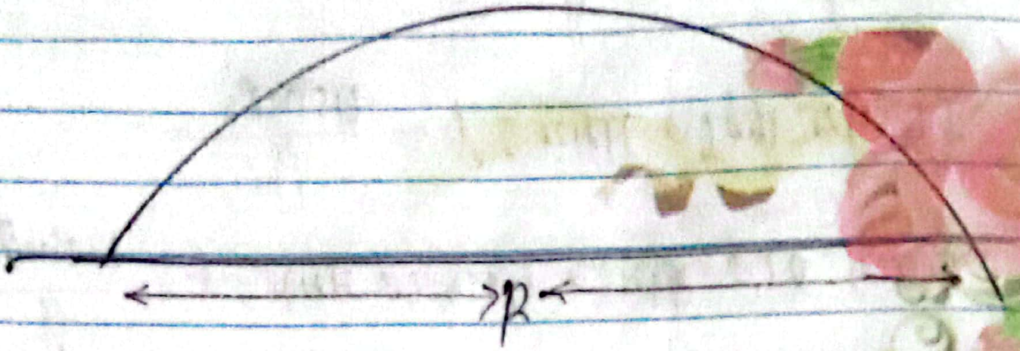
$T = \frac{2u\sin\theta_0}{g}$

উড্ডয়নকাল বা বিচরণকাল, $T = \frac{2u\sin\theta_0}{g}$

অনুভূমিক পাল্লা : তীর্যকভাবে নিক্ষিপ্ত কোনো প্রাস নিক্ষেপ তলে পৌঁছাতে অনুভূমিকভাবে যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।

কোনো প্রাস বিচরণকাল বা উড্ডয়নকালের সময়ে অনু-

অনুভূমিক ভাবে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে অনুভূমিক পাল্লা বলে।



$x = u_x t$

$= ~~u\sin\theta_0 t~~ \quad u\cos\theta_0 t$

$R = ~~u\sin\theta_0 T~~ \quad u\cos\theta_0 T$

$= \frac{~~u\sin\theta_0~~ \times 2u\sin\theta_0 \times u\cos\theta_0}{g}$

$= \frac{~~2~~u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

✳ অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

সর্বোচ্চ অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয়ঃ

$R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$ $\quad k = \frac{u^2}{g}$

$\Rightarrow R = k \sin 2\theta_0$

Sub :   NOTES   Time :

$\Rightarrow R \propto \sin 2\theta_0$

R এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন $\sin 2\theta_0$ সর্বোচ্চ হবে। অর্থাৎ, R_{max} হতে হলে $\sin 2\theta_0 = 1$ হতে হবে।

$\Rightarrow 2\theta_0 = 90°$

$\Rightarrow \theta_0 = 45°$

$\therefore$ সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা, $R_{max} = \frac{u^2}{g}$

সূত্রের ছক

খাড়া উপরে নিক্ষিপ্ত বস্তুর ক্ষেত্রে	প্রাসের ক্ষেত্রে
① সর্বোচ্চ উচ্চতা, $h_{max} = \frac{u^2}{2g}$	① সর্বোচ্চ উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2\theta_0}{2g}$
② সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = \frac{u}{g}$	② সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়, $t = \frac{u \sin\theta_0}{g}$
③ সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে নামতে সময়, $t = \frac{u}{g}$	③ সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে নামতে সময়, $t = \frac{u \sin\theta_0}{g}$
④ বিচরণকাল, $T = \frac{2u}{g}$	④ বিচরণকাল, $T = \frac{2u \sin\theta_0}{g}$
⑤ অনুভূমিক পাল্লা, $R = 0$	⑤ অনুভূমিক পাল্লা, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

Sub :   NOTE'S   Time :

x অনুভূমিক দূরত্বে, $y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0\left(1 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0 \cdot x\tan\theta_0}\right)$$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0\left(1 - \frac{gx}{2u^2\cos\theta_0\sin\theta_0}\right)$$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0\left(1 - \frac{x}{\frac{u^2\sin 2\theta_0}{g}}\right)$$

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0\left(1 - \frac{x}{R}\right)$$

* $y = x\tan\theta_0\left(1 - \frac{x}{R}\right)$

Q> একটি প্রাসকে কত কোণে নিক্ষেপ করলে এর অনুভূমিক পাল্লা সর্বোচ্চ উচ্চতার দ্বিগুণ হবে?

$$\Rightarrow H = \frac{u^2\sin\theta_0}{2g}$$

$$R = \frac{u^2\sin 2\theta_0}{g}$$

প্রশ্নমতে $R = 2H$

$$\Rightarrow \frac{u^2\sin 2\theta_0}{g} = \frac{u^2\sin\theta_0}{2g}$$

$$\Rightarrow 4\sin\theta_0\cos\theta_0 - \sin\theta_0 = 0.$$

$\Rightarrow \sin\theta_0 (4\cos\theta_0 - 1) = 0$

$\Rightarrow 4\cos\theta_0 - 1 = 0$ অথবা, $\sin\theta_0 = 0$

$\Rightarrow \cos\theta_0 = \frac{1}{4}$ ~~$\sec\theta_0 = 0$~~

$\Rightarrow \theta_0 = \cos^{-1}\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \theta_0 = 75.5^\circ$

সর্বোচ্চ উচ্চতা ও অনুভূমিক পাল্লার মধ্যে সম্পর্ক

$$H = \frac{u^2 \sin^2\theta_0}{2g} \quad \text{--- (i)}$$

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g} \quad \text{--- (ii)}$$

$$i \div ii \Rightarrow \frac{H}{R} = \frac{\sin^2\theta_0}{2\sin 2\theta_0}$$

$$\Rightarrow \frac{H}{R} = \frac{\sin\theta_0}{4\cos\theta_0}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_0 = \frac{4H}{R}$$

* $\tan\theta_0 = \frac{4H}{R}$

Q→ একটি প্রাসকে কত কোণে নিক্ষেপ করলে এর অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক উচ্চতার দ্বিগুণ হবে?

Scanned with CamScanner

Sub :

⇒ $$\tan\theta_0 = \frac{4H}{R} = \frac{4H}{2H}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1}(2)$$

$$\theta_0 = 63.4^\circ \text{ (Ans)}$$

Q → একটি প্রাসকে নিক্ষেপের কতক্ষণ পর এর আদিবেগ এবং বেগ পরস্পর লম্ব হবে?

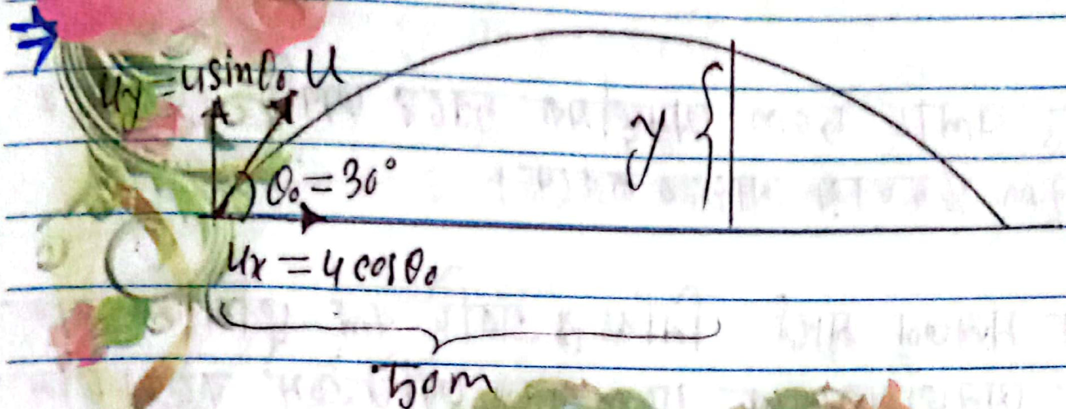
⇒

Sub : NOTE'S Date : Time :

Lecture : 3.09

অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে ভূপৃষ্ঠ থেকে 50 ms^{-1} বেগে একটি বল ছোড়া হল। বলটি 50m দূরে অনুভূমিক দূরত্বে অবস্থিত কোনো দেয়ালকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে?

⇒



Method → 01 :

$$x = u\cos 30°\, t$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{u\cos 30°} = \frac{50}{50 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ sec.}$$

$$y = u_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$= u\sin 30°\, t - 4.9 t^2$$

$$= 50 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} - 4.9 \times \frac{4}{3}$$

$$= 22.33 m.$$

Method → 02:

$$y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$$

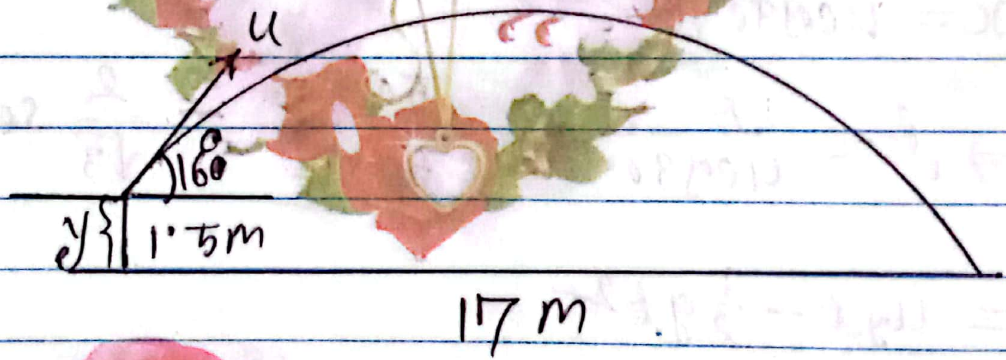
$$= 50\tan 30^\circ - \frac{9.8 \times 50^2}{2\times 50^2 \times \frac{3}{4}}$$

$$= 22.33\,m$$

সুতরাং বলটি 50m অনুভূমিক দূরত্বে অবস্থিত দেয়ালকে 22.33m উচ্চতায় আঘাত করবে।

Q> একটি সমতল মাঠে নিক্ষিপ্ত একটি বল ভূমিতে পড়ার আগে অনুভূমিকভাবে 17 m দূরত্ব অতিক্রম করে। ভূমি হতে 1.5m উপর থেকে অনুভূমিকের সাথে 16° কোণে নিক্ষেপ করা হলে বলটির আদিবেগ কত?

⇒



$x = u_x t$

$17 = u\cos 16^\circ t$

$\Rightarrow ut = 17.68$

আবার $y = u\sin\theta_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$\Rightarrow -1.5 = 17.68\sin 16^\circ - 4.9t^2$

Scanned with CamScanner

Sub: NOTE'S Date: Time:

$\Rightarrow t = 1.14$ sec

$\therefore$ আদিবেগ, $u = \frac{17.68}{1.14}$

$\Rightarrow u = 15.508\ ms^{-1}$ (Ans.)

বিকল্প পদ্ধতি: $y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$

$\Rightarrow -1.5 = 17\tan16^\circ - \frac{9.8\times17^2}{2u^2\cos^2 16^\circ}$

$\Rightarrow \frac{9.8\times17^2}{2u^2\cos^2 16^\circ} = 17\tan16^\circ + 1.5$

$\Rightarrow u = 15.5\ ms^{-1}$ (Ans.)

প্রঃ বাংলাদেশ ও পাকিস্তানের T-20 খেলা হচ্ছে মিরপুর স্টেডিয়ামে। ব্যাট করছে আফ্রিদি, বলে ক্যাপ্টেন অফ দ্য টাইগার মাশরাফি। আফ্রিদি ব্যাট দিয়ে $25\ ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে 40° কোণে বলে আঘাত করে। রুবেল আফ্রিদি হতে 79.205 m দূরে ফিল্ডিং করছিল। বলটি ক্যাচ ধরার জন্য $5\ ms^{-1}$ বেগে সামনে দৌড়ে আসল। (দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্র)

(i) বলটি সর্বোচ্চ কত উচ্চতায় পৌঁছাবে?
(ii) মাশরাফি কি উইকেট পাবে? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা দাও।

Scanned with CamScanner

Sub :

(i) সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

$= \frac{(25)^2 (\sin 40°)^2}{2 \times 9.8}$

$H = 13.175 m$

(ii) বলটির অনুভূমিক অতিক্রান্ত দূরত্ব, $R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{25^2 \sin 80°}{9.8}$

$= 62.80 m$

বলটির বিচরণকাল, $T = \frac{2u \sin \theta_0}{g}$

$= \frac{50 \sin 40°}{9.8}$

$= 3.27 sec$

ক্যাচ নিতে রুবেলের সরণ, $S = (79.204 - 62.8) m$

$= 16.404 m$

প্রয়োজনীয় সময়, $t = \frac{s}{5}$

$= \frac{16.404}{5}$

$= 3.27$

∴ $T = t$ । ফলে বুবেল ক্যাচ ধরতে পারবে এবং সামরাফি টইকেট পারে।

৪। দেখাও যে, একটি নির্দিষ্ট বেগে θ_0 ও $(90^\circ - \theta_0)$ কোণে নিক্ষেপের জন্য প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা সমান থাকে?

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_0 = \frac{Rg}{u^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2\tan\theta_0}{1+\tan^2\theta_0} = \frac{Rg}{u^2}$$

$$\Rightarrow 2u^2\tan\theta_0 = Rg + Rg\tan^2\theta_0$$

$$\Rightarrow Rg\tan^2\theta_0 - 2u^2\tan\theta_0 + Rg = 0$$

$$\tan\theta_{01} \times \tan\theta_{02} = \frac{Rg}{Rg}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_{01} = \frac{1}{\tan\theta_{02}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_{01} = \cot\theta_{02}$$

$$\Rightarrow \tan\theta_{01} = \tan(90^\circ - \theta_{02})$$

$$\Rightarrow \theta_{01} = 90^\circ - \theta_{02}$$

$$\Rightarrow \theta_{01} + \theta_{02} = 90^\circ$$

অর্থাৎ, নির্দিষ্ট আদিবেগে নিক্ষিপ্ত প্রাসের একই অনুভূমিক পাল্লার জন্য যে দুটি নিক্ষেপণ কোণ বিদ্যমান তাদের সমষ্টি 90°।

Scanned with CamScanner

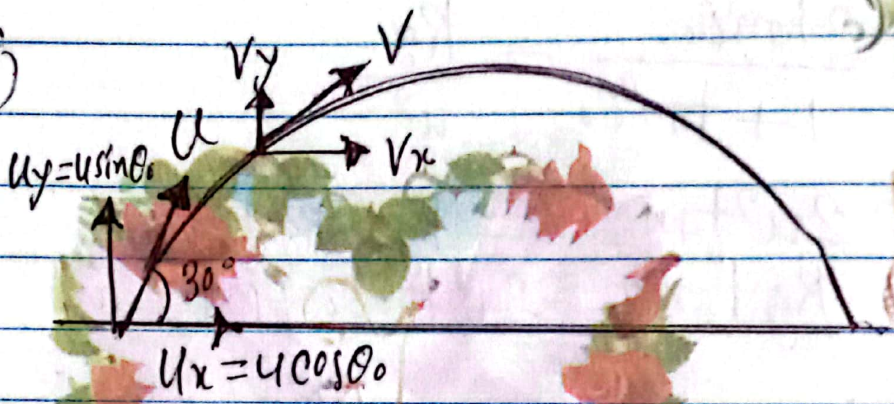
Sub : .... NOTE'S Time :

৪) একটি ফুটবল প্রশিক্ষণকালে দুজন খেলোয়াড় উভয়েই $10\ ms^{-1}$ বেগে যথাক্রমে $30°$ ও $60°$ কোণে ফুটবল কিক দিলো। একজন গোলকিপার বলদুটিকে মাটিতে পড়ার আগমুহূর্তে ধরার জন্য দাঁড়িয়েছিলেন।

(i) ১ম খেলোয়াড়ের ক্ষেত্রে 1 sec পর বলের বেগের মান কত?

(ii) গোলকিপার স্থান পরিবর্তন না করে ভিন্ন সময়ে বলদুটি ধরতে সক্ষম হবে — গাণিতিক ভাবে যাচাই কর।

⇒ (i)



$$V_x = u_x . t$$
$$= u\cos\theta_0 . t$$
$$= 10 . \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1$$
$$= 5\sqrt{3}$$

$$V_y = u_y t - gt$$
$$= 5 - 9.8$$
$$= -4.8\ ms^{-1}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$
$$= 9.9\ ms^{-1}$$

Scanned with CamScanner

(ii) (30°) $\Rightarrow R_1 = \frac{10^2 \sin 60}{g}$

$= 8.83m$

(60°) $\Rightarrow R_2 = \frac{10^2 \sin 120}{g}$

$= 8.83m.$

$\therefore R_1 = R_2$ । একই জায়গায় দাড়িয়ে ধরতে পারবে।

$T_1 = \frac{2u\sin\theta_0}{g} = \frac{2\times10\times\frac{1}{2}}{9.8} = 1.02 sec$

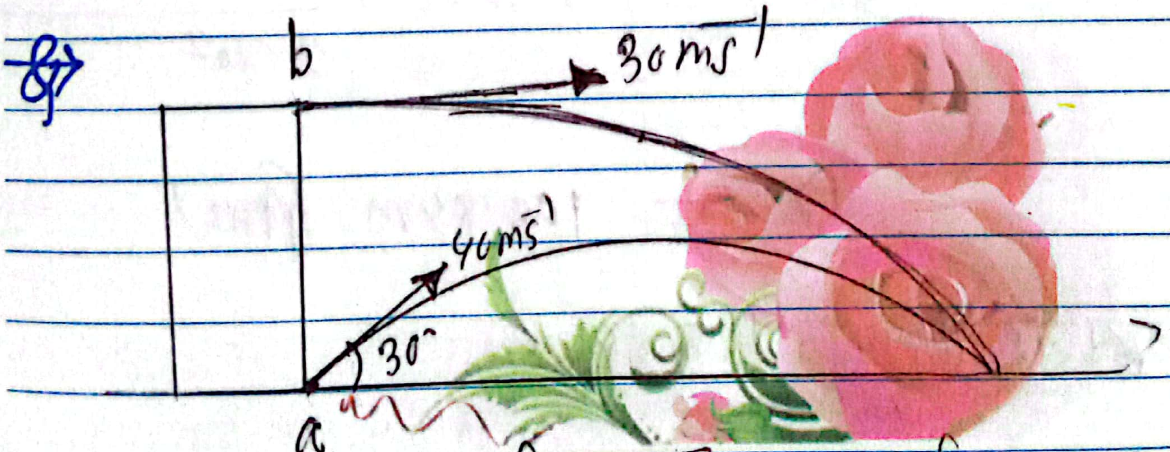
$T_2 = \frac{2u\sin60^\circ}{g}$

$= 1.76$ sec.

$T_1 \neq T_2$ । ভিন্ন সময়ে বলদুটি ধরতে সক্ষম হবে।

Lecture→3.10 25 Dec 2020

Q→



a ও b আসামুয় ভূমিতে একই স্থানে পতিত হয়।

Sub:

(i) a প্রাসটির সর্বাধিক উচ্চতা নির্ণয় কর
(ii) ভবনের উচ্চতা নির্ণয় সম্ভব কিনা গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

⇒ (i) সর্বাধিক উচ্চতা $H = \frac{u^2 \sin^2 \theta_0}{2g}$

$= \frac{40^2 \sin^2(30°)}{2 \times 9.8}$

$= 20.4 m$

(ii) a প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা $R = x = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

$= \frac{40^2 \sin 60°}{9.8}$

$= 141.39 m$

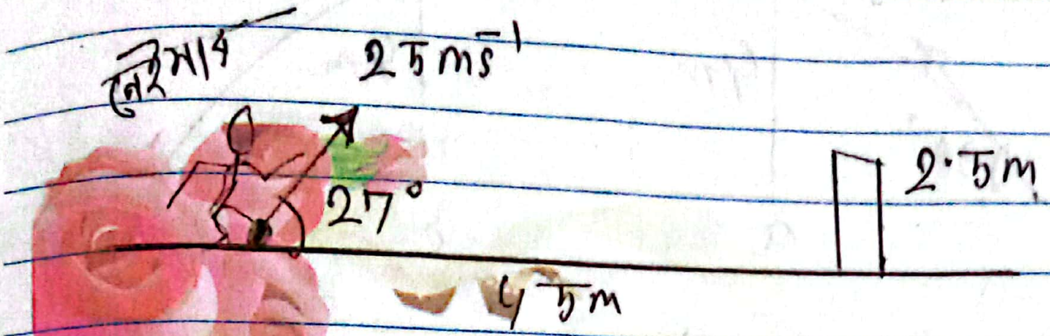
ভবনের উচ্চতা, $-y = x \tan 0° - \frac{g x^2}{2u^2 \cos^2 \theta_0}$

$\Rightarrow -y = 141.39 \times 0 - \frac{9.8 \times 141.39^2}{2 \times 30^2}$

$\Rightarrow y = 108.84 m$. (Ans.)

ভবনের উচ্চতা 108.84 m.

Sub : .... **NOTE'S** Date : Time :



(i) বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে?
(ii) নেইমার গোল করতে সমর্থ হবে কি? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

⇒ (i) সর্বাধিক উচ্চতা, $H = \frac{u^2\sin^2\theta_0}{2g}$

$$= \frac{25^2 \sin^2 27°}{2\times 9.8}$$

$$= 6.57\ m$$

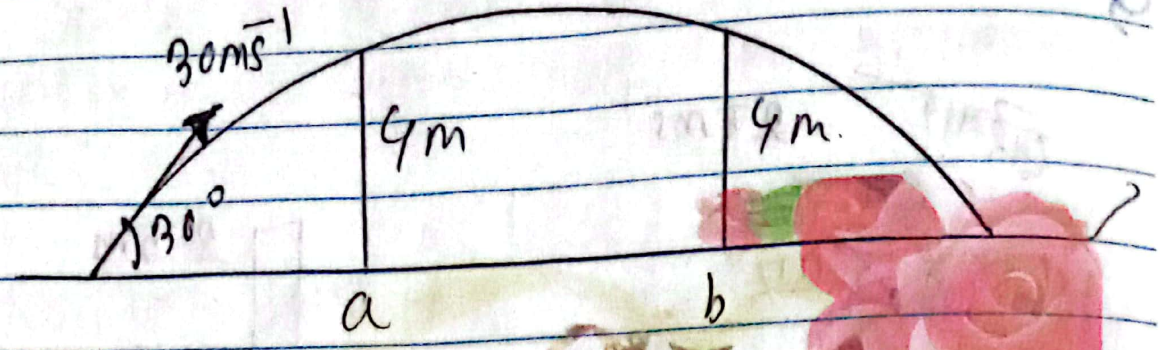
(ii) $y = x\tan 27° - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2 27}$

$$= 45\tan 27° - \frac{9.8\times 45^2}{2\times 25^2\cos^2 27°}$$

$$= 2.93\ m.$$

বলটি গোলপোস্টের উপর দিয়ে চলে যাবে। ফলে নেইমার গোল করতে সমর্থ হবে না।

Sub : NOTE'S Date : Time :



ab এর দৈর্ঘ্য = ?

$$\Rightarrow y = x\tan\theta_0 - \frac{gx^2}{2u^2\cos^2\theta_0}$$

$$\Rightarrow +4 = x\tan 30^\circ - \frac{9.8x^2}{2\times 30^2\cos^2 30^\circ}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{x}{\sqrt{3}} - 7.25\times 10^{-3}x^2$$

$$\Rightarrow 7.25\times 10^{-3}x^2 - \frac{x}{\sqrt{3}} + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 7.66m$$
$$x_2 = 71.96m$$

$$\therefore ab = 71.96 - 7.66$$
$$= 64.201m.$$