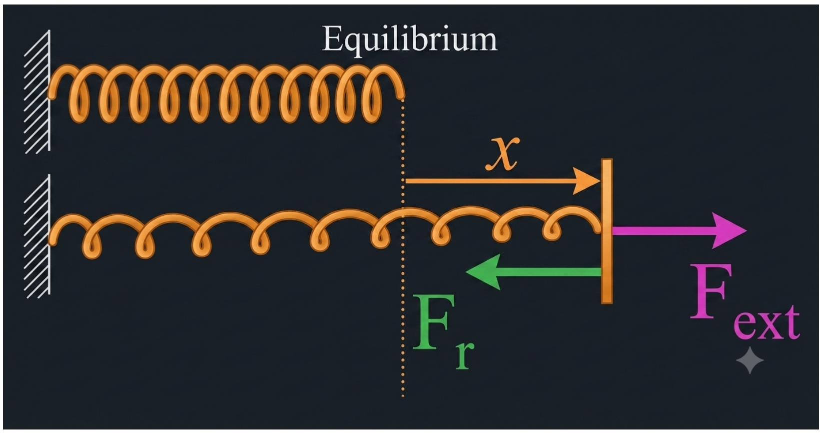
পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity)

কোনো একটি স্প্রিংকে টেনে প্রসারিত করা হলো। স্প্রিংটি তার স্বাভাবিক অবস্থা থেকে x পরিমাণ প্রসারিত হলো।



স্প্রিংটি কি এমনিতেই প্রসারিত হয়েছে? না। তুমি বল প্রয়োগ করেছ বলেই এটি প্রসারিত হয়েছে। তুমি স্প্রিংটিকে যে বলে টানছ, সেটিকে F_{ext} বা External Force (বাহ্যিক বল) বলা হয়।

এখন প্রশ্ন হলো, স্প্রিংটি কি এই অবস্থায় থাকতে চায়? না। স্প্রিংটি তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে যেতে চায়। তাই এটি তোমার প্রয়োগকৃত বলের বিপরীত দিকে, সাম্যাবস্থার অভিমুখে একটি বল প্রয়োগ করে। এই বলকে প্রত্যয়নী বল (Restoring Force) বলা হয়, যার প্রতীক F_r।

এই প্রত্যয়নী বলের কারণেই স্প্রিংটি তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে যেতে চায়। তুমি যদি বাহ্যিক বল অপসারণ করে নাও, তাহলে প্রত্যয়নী বলের প্রভাবে স্প্রিংটি আবার তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসবে। বল অপসারণের পর বস্তুর পূর্বের অবস্থায় ফিরে যাওয়ার এই ধর্মকেই স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) বলা হয়।

তবে একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যেই স্প্রিংয়ের ওপর বল প্রয়োগ করতে হবে। তুমি যদি অতিরিক্ত বল প্রয়োগ করে স্প্রিংটিকে বেশি প্রসারিত করো, তাহলে এটি স্থায়ীভাবে বিকৃত হয়ে যেতে পারে। তখন এটি আর পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসবে না। অর্থাৎ, এর স্থিতিস্থাপক ধর্ম নষ্ট হয়ে যাবে। তাই সবসময় স্থিতিস্থাপক সীমার (Elastic Limit) মধ্যে বল প্রয়োগ করতে হবে।

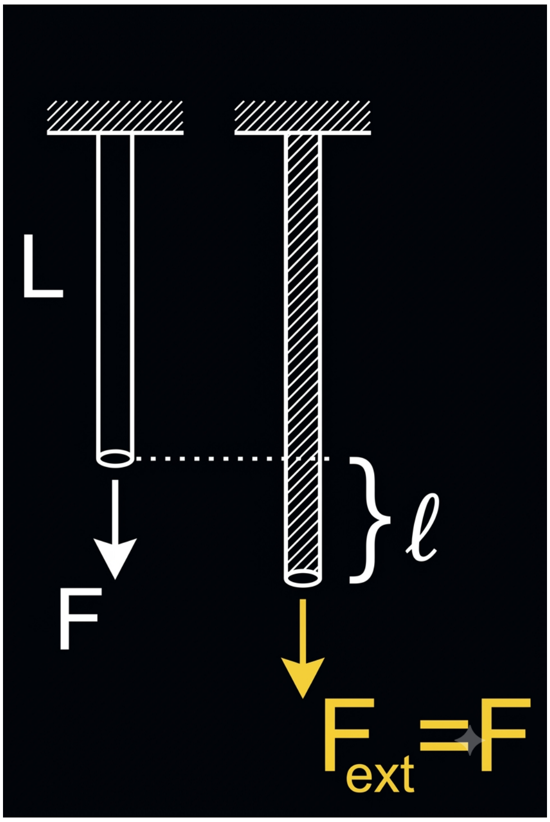
অর্থাৎ, এমন পরিমাণ বল প্রয়োগ করতে হবে যাতে বল অপসারণ করার পর বস্তুটি আবার তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে।

সংজ্ঞা

"নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে বল প্রয়োগে বস্তুর আকার বা আকৃতির পরিবর্তন ঘটানোর পর, বল অপসারণ করলে যে ধর্মের কারণে বস্তুটি তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, তাকে স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) বলে।"

স্থিতিস্থাপকতা শুধু স্প্রিংয়ের ক্ষেত্রেই নয়; তার, ধাতব দণ্ড, ধাতব গোলকসহ বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রেও দেখা যায়।

ধরা যাক, একটি ধাতব তার একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে রাখা হয়েছে। তারটির প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L। এবার তারটির দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করা হলো। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বল প্রয়োগ করলে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে। যদি দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় l এবং তারটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল হয় A, তাহলে এই পরিবর্তনের মাধ্যমে আমরা স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন রাশি সংজ্ঞায়িত করতে পারি।



স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বল প্রয়োগ করলে বস্তুর আকার বা আকৃতির পরিবর্তন ঘটে। একক মাত্রায় সংঘটিত আপেক্ষিক পরিবর্তনকে বিকৃতি (Strain) বলা হয় এবং একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে প্রযুক্ত

বিকৃতি-প্রতিরোধী বলকে পীড়ন (Stress) বলা হয়।

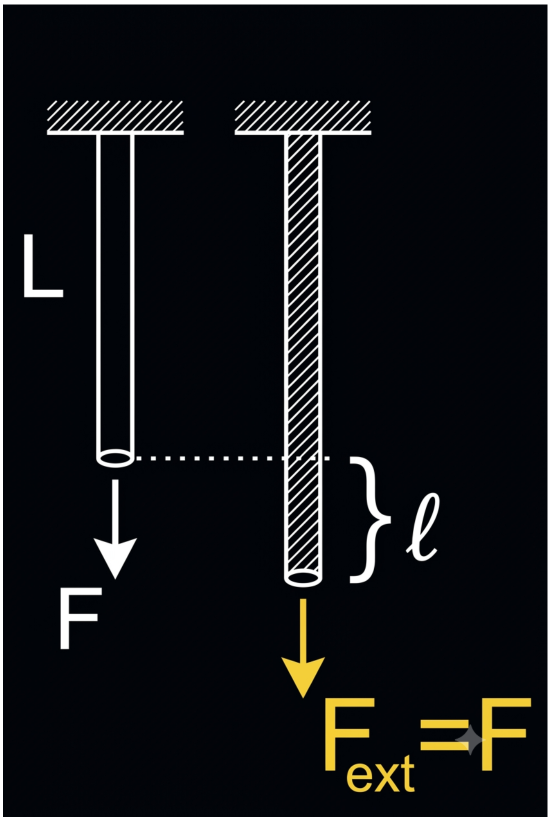
স্থিতিস্থাপকতা প্রধানত তিন প্রকার—

১. দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপকতা (Longitudinal Elasticity) — এ ক্ষেত্রে যে বিকৃতি ঘটে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal Strain) বলে।

২. আয়তন স্থিতিস্থাপকতা (Bulk Elasticity) — এ ক্ষেত্রে যে বিকৃতি ঘটে তাকে আয়তন বিকৃতি (Bulk Strain) বলে।

৩. ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপকতা বা কৃন্তন স্থিতিস্থাপকতা (Shear Elasticity) — এ ক্ষেত্রে যে বিকৃতি ঘটে তাকে কর্তন বিকৃতি (Shear Strain) বলে।

দৈর্ঘ্য বিকৃতি, দৈর্ঘ্য পীড়ন ও দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক



একটি ধাতব তার একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলানো হলো। তারের আদি দৈর্ঘ্য L।

তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হলো। দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করাকে অনুদৈর্ঘ্য বল প্রয়োগ বলা হয়। অর্থাৎ, তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে বল প্রয়োগ করা হলো।

প্রযুক্ত বলের মান F। ফলে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের দৈর্ঘ্য l পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। আমাদের প্রযুক্ত বল বা External Agent কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $F_{ext} = F$

এখানে দৈর্ঘ্য l পরিমাণ বৃদ্ধি পেয়েছে। মূলত, একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন ঘটে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal Strain) বলে।

সংজ্ঞা

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে, একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

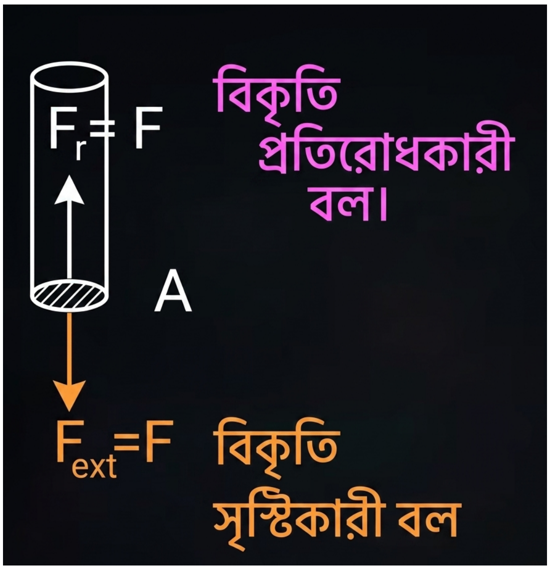
L দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = l

1 একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = $\frac{l}{L}$

অতএব, দৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal Strain) = $\frac{l}{L}$

$$\text{যেখানে, } L = \text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}, \quad l = \text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}$$

এবার আসি দৈর্ঘ্য পীড়নে। পীড়ন কী? পীড়ন হলো চাপের মতো একটি রাশি। পীড়ন হলো একক ক্ষেত্র-ফলে প্রযুক্ত বল।



উপরের চিত্রে তারকে জুম করে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A দেখানো হয়েছে।

A ক্ষেত্রফলের সাথে লম্বভাবে External Agent কর্তৃক F_{ext} বা F বল প্রয়োগ করা হয়।

একক ক্ষেত্রফলে External Agent বা আমি নিচের দিকে যে বল প্রয়োগ করছি, সেটা আসলে চাপের মতো কাজ করে। কিন্তু তারটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসার জন্য একক ক্ষেত্রফলে যে প্রত্যয়নী বল (Restoring Force) প্রদান করে, সেটিই হলো পীড়ন।

সংজ্ঞা

একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে প্রযুক্ত বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে।

A ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল = F

1 (একক) ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল = $\frac{F}{A}$

$$\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F_r}{A} = \frac{F}{A}$$

$F_r = F =$ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বল বা প্রত্যয়নী বল

পীড়ন আসলে আমরা প্রযুক্ত করি না। আমরা চাপ প্রয়োগ করে বিকৃতি সৃষ্টি করতে চাই। ফলে বস্তুর ভিতর থেকে সৃষ্ট Restoring Force বা প্রত্যয়নী বলের কারণে পীড়ন সৃষ্টি হয়।

তাহলে বলা যায় যে, বিকৃতি হলো পীড়নের কারণ। ফলে পীড়ন ও বিকৃতির সম্পর্ক নিয়ে বিজ্ঞানী হুক একটি সূত্র প্রয়োগ করেন।

হুকের সূত্র (Hooke's Law)

সংজ্ঞা

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন বিকৃতির সমানুপাতিক।

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে,

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

$$\therefore \text{পীড়ন} = \text{স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক} \times \text{বিকৃতি}$$

সূত্র

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক} = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

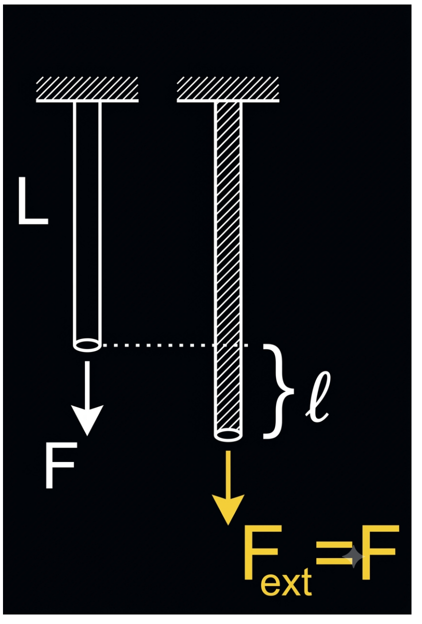
(এখানে ধ্রুবকটিই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক হিসেবে পরিচিত, যা সংক্ষেপে Y দ্বারাও প্রকাশ করা হয়।)

দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক / ইয়ং গুণাঙ্ক (Young's Modulus, Y)

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}}$$

$$\therefore Y = \frac{FL}{Al}$$

দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ক্ষেত্রে তারের প্রসারণে কৃতকাজ



কৃতকাজ, $W = Fl\cos 0^\circ$
$W = Fl$ (ধ্রুব বল দ্বারা কাজ সম্পাদিত হলে।)
ইয়ং গুণাঙ্ক,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

$$F = \frac{YAl}{L}$$

$$F \propto l \text{ (পরিবর্তনশীল বল)}$$

পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ করতে হলে, প্রথমে মোট সরণ থেকে একটি ক্ষুদ্র সরণ নিতে হবে।

ক্ষুদ্র সরণ = dl
বল প্রয়োগের শুরুতে প্রসারণ বা সরণ = 0
বল প্রয়োগের শেষে প্রসারণ বা সরণ = l
dl ক্ষুদ্র সরণে কৃতকাজ,

$$dW = F\,dl\cos 0^\circ$$

যেহেতু বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ 0°, তাই,

$$dW = F\,dl$$

অতএব, মোট কৃতকাজ,

$$W = \int_0^l F\,dl$$

$$W = \int_0^l \frac{YA}{L} l\,dl$$

$$= \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^l$$

$$= \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

এই কাজটি External Agent করেছে। এই কাজটিই তারের মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে জমা হয়। তাই,

$$E = W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

সূত্র

মোট কৃতকাজ বা সঞ্চিত শক্তির সূত্র,

$$E = W = \frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}$$

যেহেতু,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

তাহলে,

$$W = \frac{1}{2}\frac{FL}{Al} \times \frac{Al^2}{L}$$

অতএব,

$$E = W = \frac{1}{2}Fl$$

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি বা স্থিতিশক্তি,

$$U = \frac{W}{V}$$

V আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি = W

1 আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি = $\frac{W}{V}$

আয়তন, $V = AL$

$$U = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2}\frac{YAl^2}{L}}{AL}$$

$$U = \frac{1}{2}Y\left(\frac{l}{L}\right)^2$$

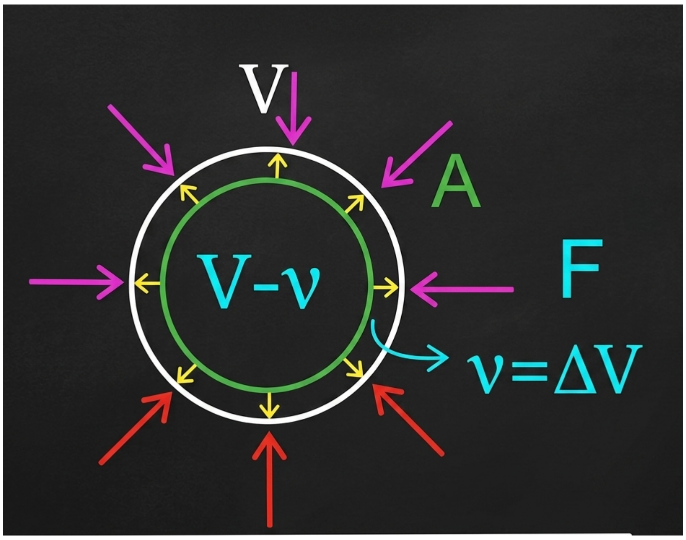
$$U = \frac{1}{2}\frac{FL}{Al}\frac{l^2}{L^2}$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{F}{A}\frac{l}{L}$$

সূত্র

$$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

আয়তন বিকৃতি, আয়তন পীড়ন ও আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক



মনে করো, একটি ধাতব গোলক যার আদি আয়তন V। এবার ধাতব গোলকটির উপর সব দিক থেকে সমানভাবে বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে গোলকটির আয়তন v পরিমাণ হ্রাস পেল। সুতরাং হ্রাসপ্রাপ্ত গোলকটির আয়তন হবে $V - v$।

এখানে গোলকটিকে বল প্রয়োগ করে বিকৃত করা হলো। ফলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের কারণে গোলকটি তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে যেতে চাইবে এবং External Agent কর্তৃক প্রযুক্ত বলের বিপরীতে প্রত্যয়নী বল (Restoring Force) কাজ করবে।

আয়তন বিকৃতি

সংজ্ঞা

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক আয়তনে আয়তনের পরিবর্তনকে আয়তন বিকৃতি বলে।

V আয়তনে আয়তনের পরিবর্তন = v

1 একক আয়তনে আয়তনের পরিবর্তন = $\frac{v}{V}$

অতএব,

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{v}{V}$$

আয়তন পীড়ন

সংজ্ঞা

একক ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে প্রযুক্ত বিকৃতি-প্রতিরোধকারী বলকে আয়তন পীড়ন বলে।

$$\text{আয়তন পীড়ন} = \frac{F}{A} = P$$

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবক। দৈর্ঘ্য বিকৃতির ক্ষেত্রে এই ধ্রুবককে ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলা হয়।
আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (Bulk Modulus) বলা হয়।

$$B = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{v}{V}}$$

যেহেতু,

$$\frac{F}{A} = P$$

সুতরাং,

$$B = \frac{P}{\frac{v}{V}}$$

সূত্র

$$B = \frac{PV}{v}$$

সংনম্যতা (Compressibility)

আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একটি গুণাত্মক বিপরীত রাশি আছে। সেটি হলো সংনম্যতা (Compressibility), যা K দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$K = \frac{1}{B} = \frac{v}{PV}$$

গুরুত্বপূর্ণ

মনে রাখতে হবে:

- B-এর মান যত বেশি হবে, বস্তু তত বেশি স্থিতিস্থাপক হবে। অর্থাৎ, এর আয়তন পরিবর্তন করা তত কঠিন হবে।
- অন্যদিকে, K-এর মান যত বেশি হবে, বস্তু তত বেশি সংনম্য হবে। অর্থাৎ, এর আয়তন পরিবর্তন করা তত সহজ হবে।

যদি $V = 1$ একক এবং $P = 1$ একক হয়, তাহলে

$$K = \frac{v}{PV} = \frac{v}{1 \times 1} = v$$

সংজ্ঞা

একক আয়তনের বস্তুর উপর একক চাপ প্রযুক্ত করলে তার আয়তনের পরিবর্তন যতটুকু হয় তাকেই ঐ পদার্থের সংনম্যতা (Compressibility) বলে।

আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের ক্ষেত্রে কৃতকাজ ও সঞ্চিত শক্তি

আয়তন পরিবর্তনের ক্ষেত্রে কৃতকাজ নির্ণয় করতে গেলে আমাদের মনে রাখতে হবে যে, এখানে চাপ P এবং আয়তনের পরিবর্তন v এর মধ্যে সম্পর্ক:

$$B = \frac{PV}{v} \implies P = \frac{Bv}{V}$$

যেহেতু $P \propto v$ (চাপ আয়তন পরিবর্তনের সমানুপাতিক), তাই এটি একটি পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রে কাজ।

ক্ষুদ্র আয়তন পরিবর্তন dv-এর জন্য কৃতকাজ,

$$dW = P\,dv$$

মোট কৃতকাজ,

$$W = \int_0^v P\,dv$$

$$W = \int_0^v \frac{B}{V} v \, dv$$

$$W = \frac{B}{V} \left[\frac{v^2}{2} \right]_0^v$$

সূত্র

$$E = W = \frac{1}{2} \frac{Bv^2}{V}$$

এই কাজটিই বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত হয়।

একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,

$$U = \frac{W}{V}$$

$$U = \frac{\frac{1}{2} \frac{Bv^2}{V}}{V}$$

$$U = \frac{1}{2} B \left(\frac{v}{V} \right)^2$$

যেহেতু,

$$B = \frac{P}{\frac{v}{V}} = \frac{PV}{v}$$

তাহলে,

$$U = \frac{1}{2} \frac{PV}{v} \left(\frac{v}{V} \right)^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{F}{A} \cdot \frac{v}{V}$$

$$U = \frac{1}{2} P \cdot \frac{v}{V}$$

সূত্র

$$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

অর্থাৎ, একক আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি সর্বদা $\frac{1}{2} \times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি-এর সমান।

ব্যবর্তন (কৃন্তন) বিকৃতি, ব্যবর্তন পীড়ন ও ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক

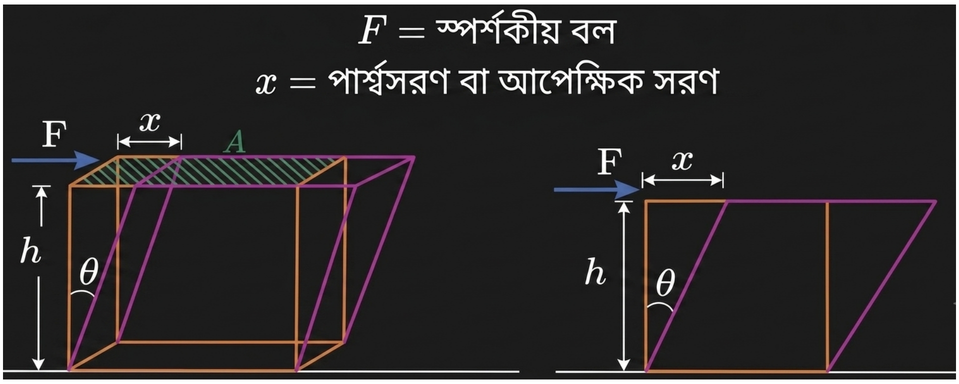
এবার আসি ব্যবর্তন বিকৃতি বা কৃন্তন বিকৃতি, ব্যবর্তন পীড়ন এবং ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক সম্পর্কে। ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ককে সাধারণত η (ইটা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

প্রথমে বুঝে নিই ব্যবর্তন বলতে কী বোঝায়।

ব্যবর্তন অর্থ হলো মোচড়ানো বা মোচড় খাওয়া। অর্থাৎ, কোনো বস্তুর একটি পৃষ্ঠের সাপেক্ষে অপর পৃষ্ঠের পার্শ্বসরণ (lateral displacement) ঘটাকে ব্যবর্তন বলে।

এটি একটি উদাহরণের মাধ্যমে বুঝি।

ধরো, তোমার টেবিলের ওপর একটি অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকাকার ধাতব ব্লক রাখা আছে। এবার ব্লকের নিচের পৃষ্ঠটি আঠা দিয়ে টেবিলের সঙ্গে দৃঢ়ভাবে আটকে দেওয়া হলো। এরপর ব্লকের উপরের পৃষ্ঠে স্পর্শকীয় বল (Tangential Force) প্রয়োগ করা হলো।



খেয়াল করো, এখানে বলটি লম্বভাবে নয়, বরং তলের স্পর্শক বরাবর প্রয়োগ করা হয়েছে।

ফলে কী হবে?

নিচের পৃষ্ঠটি স্থির থাকবে, কিন্তু উপরের পৃষ্ঠটি সামনের দিকে কিছুটা সরে যাবে। অর্থাৎ, ব্লকটি সামান্য বেঁকে যাবে।

ব্লকের পরবর্তী অবস্থা আঁকতে হলে, উপরের পৃষ্ঠটি যতটুকু সরে গেছে তা দেখিয়ে পূর্বের কোণগুলোর সঙ্গে নতুন অবস্থানের কোণগুলো যুক্ত করে দিলেই হবে।

এখানে নিচের পৃষ্ঠের সাপেক্ষে উপরের পৃষ্ঠের যে পার্শ্বসরণ ঘটে, তাকে x দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, x হলো উপরের পৃষ্ঠের আপেক্ষিক পার্শ্বসরণ (Relative Lateral Displacement)।

যদি এই চিত্রটি আঁকতে অসুবিধা হয়, তাহলে পাশ থেকে (Side View) ব্লকটি আঁকলেও বিষয়টি সহজে বোঝা যায়।

ধরি, ব্লকের উচ্চতা h। উপরের পৃষ্ঠে F পরিমাণ স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করলে ব্লকটি সামান্য বেঁকে যায় এবং উপরের পৃষ্ঠটি x পরিমাণ সরে যায়।

এক্ষেত্রে উৎপন্ন কোণকে θ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে কৌণিক বিকৃতি (Angular Deformation) বা কৌণিক বিচ্যুতি বলা হয়।

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে θ-এর মান খুবই ক্ষুদ্র হয়। যদি θ-এর মান অনেক বড় হয়ে যায়, তাহলে বস্তুটি আর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসতে পারবে না। অর্থাৎ, তখন স্থিতিস্থাপক ধর্ম নষ্ট হয়ে যাবে।
এবার লক্ষ্য করো, এখানে বলটি ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে নয়, বরং স্পর্শক বরাবর প্রয়োগ করা হয়েছে।

ব্যবর্তন (কৃন্তন) পীড়ন

আমরা জানি,
পীড়ন = একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল
কিন্তু এখানে বলটি লম্বভাবে নয়, স্পর্শক বরাবর প্রয়োগ করা হয়েছে।
অতএব,
ব্যবর্তন (কৃন্তন) পীড়ন হলো,
একক ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত স্পর্শকীয় বল।
অর্থাৎ,

সূত্র

$$\text{ব্যবর্তন পীড়ন} = \frac{F}{A}$$

এখানে,

- F = স্পর্শকীয় বল
- A = যে তলের উপর স্পর্শকীয় বল প্রয়োগ করা হয়েছে, সেই তলের ক্ষেত্রফল।

মনে রাখবে, এখানে A বলতে ঘনকের মোট পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নয়; যে তলের উপর বল প্রয়োগ করা হয়েছে, সেই তলের ক্ষেত্রফল বোঝানো হয়েছে।
আরও মনে রাখবে,

- দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটে ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে বল প্রয়োগ করলে।
- ব্যবর্তন (কৃন্তন) বিকৃতি ঘটে ক্ষেত্রফলের স্পর্শক বরাবর বল প্রয়োগ করলে।

ব্যবর্তন (কৃন্তন) বিকৃতি

ব্যবর্তন বা কৃন্তন বিকৃতির সংজ্ঞা কিছুটা ভিন্ন।
এটি হলো,
একক লম্ব দূরত্বে পার্শ্বসরণ।
ধরি,

- উপরের ও নিচের পৃষ্ঠের মধ্যকার লম্ব দূরত্ব = h
- পার্শ্বসরণ = x

তাহলে,

সংজ্ঞা

$$\text{ব্যবর্তন বিকৃতি} = \frac{x}{h}$$

এখানে,

$$\tan\theta = \frac{x}{h}$$

যেহেতু স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে θ-এর মান খুবই ক্ষুদ্র,

$$\tan\theta \approx \theta$$

(এখানে θ অবশ্যই রেডিয়ান এককে হবে।)
যদি ডিগ্রিতে কোণ দেওয়া থাকে, তাহলে আগে সেটিকে রেডিয়ানে রূপান্তর করে তারপর হিসাব করতে হবে।
তবে যদি কোনো ঝুঁকি নিতে না চাও, তাহলে সবসময় $\tan\theta$ ব্যবহার করলেও কোনো সমস্যা নেই।

ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (দৃঢ়তার গুণাঙ্ক)

ব্যবর্তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ককে দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (Modulus of Rigidity)-ও বলা হয়।
এটিকে η (ইটা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
আমরা জানি,

সূত্র

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক} = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

অতএব,

সূত্র

$$\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{x}{h}} = \frac{\frac{F}{A}}{\tan\theta}$$

$$\therefore \eta = \frac{F}{A\tan\theta}$$

যেহেতু,

$$\tan\theta \approx \theta$$

তাই অনেক বইয়ে এটি লেখা হয়,

$$\eta = \frac{F}{A\theta}$$

তবে মনে রাখবে, θ ব্যবহার করলে সেটি অবশ্যই রেডিয়ান এককে হতে হবে।

আমি চেষ্টা করব গণিত করার সময় মূল সূত্র,

$$\eta = \frac{F}{A\tan\theta}$$

ব্যবহার করতে। কারণ এতে বিভ্রান্তির সম্ভাবনা কম থাকে।

ব্যবর্তন বিকৃতির ক্ষেত্রে কৃতকাজ ও সঞ্চিত শক্তি

এখন দেখা যাক, ব্যবর্তন বিকৃতির ক্ষেত্রে কৃতকাজ এবং সঞ্চিত শক্তির সূত্র কীভাবে দাঁড়ায়।

আমরা জানি,

$$\eta = \frac{F}{A\tan\theta}$$

অতএব,

$$F = \eta A\tan\theta$$

এখানে বল F এবং সরণ x-এর মধ্যে সম্পর্ক:

$$x = h\tan\theta$$

যেহেতু $\tan\theta \propto x$, তাই $F \propto x$ — অর্থাৎ এটি একটি পরিবর্তনশীল বল।
ক্ষুদ্র সরণ dx-এর জন্য কৃতকাজ,

$$dW = F\,dx$$

মোট কৃতকাজ,

$$W = \int_0^x F\,dx$$

$$W = \int_0^x \eta A \tan\theta\,dx$$

যেহেতু,

$$\tan\theta = \frac{x}{h}$$

সুতরাং,

$$W = \int_0^x \eta A \frac{x}{h}\,dx$$

$$W = \frac{\eta A}{h}\int_0^x x\,dx$$

$$W = \frac{\eta A}{h}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x$$

সূত্র

$$E = W = \frac{1}{2}\frac{\eta A x^2}{h}$$

এই কাজটিই বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত হয়।
একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি,
আয়তন, $V = Ah$

$$U = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2}\frac{\eta A x^2}{h}}{Ah}$$

$$U = \frac{1}{2}\eta\left(\frac{x}{h}\right)^2$$

$$U = \frac{1}{2}\eta(\tan\theta)^2$$

যেহেতু,

$$\eta = \frac{F}{A\tan\theta}$$

তাহলে,

$$U = \frac{1}{2}\frac{F}{A\tan\theta}\cdot\tan^2\theta$$

$$U = \frac{1}{2}\frac{F}{A}\cdot\tan\theta$$

সূত্র

$$U = \frac{1}{2} \times \text{ব্যবর্তন পীড়ন} \times \text{ব্যবর্তন বিকৃতি}$$

অর্থাৎ, একক আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি সর্বদা $\frac{1}{2}$ $\times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি-এর সমান — এটি দৈর্ঘ্য, আয়তন ও ব্যবর্তন—সব ক্ষেত্রেই একই রকম।

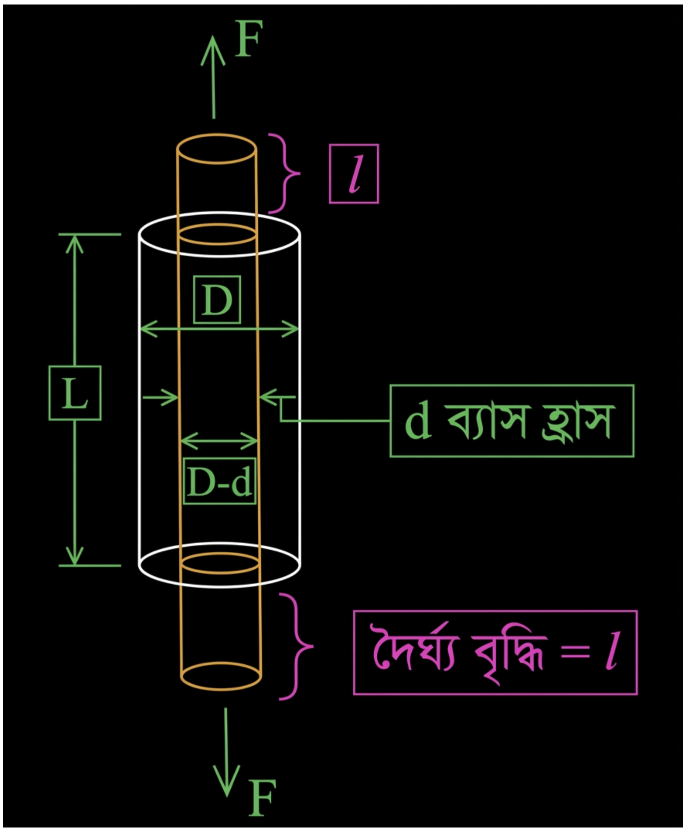
গুরুত্বপূর্ণ

সারসংক্ষেপ:

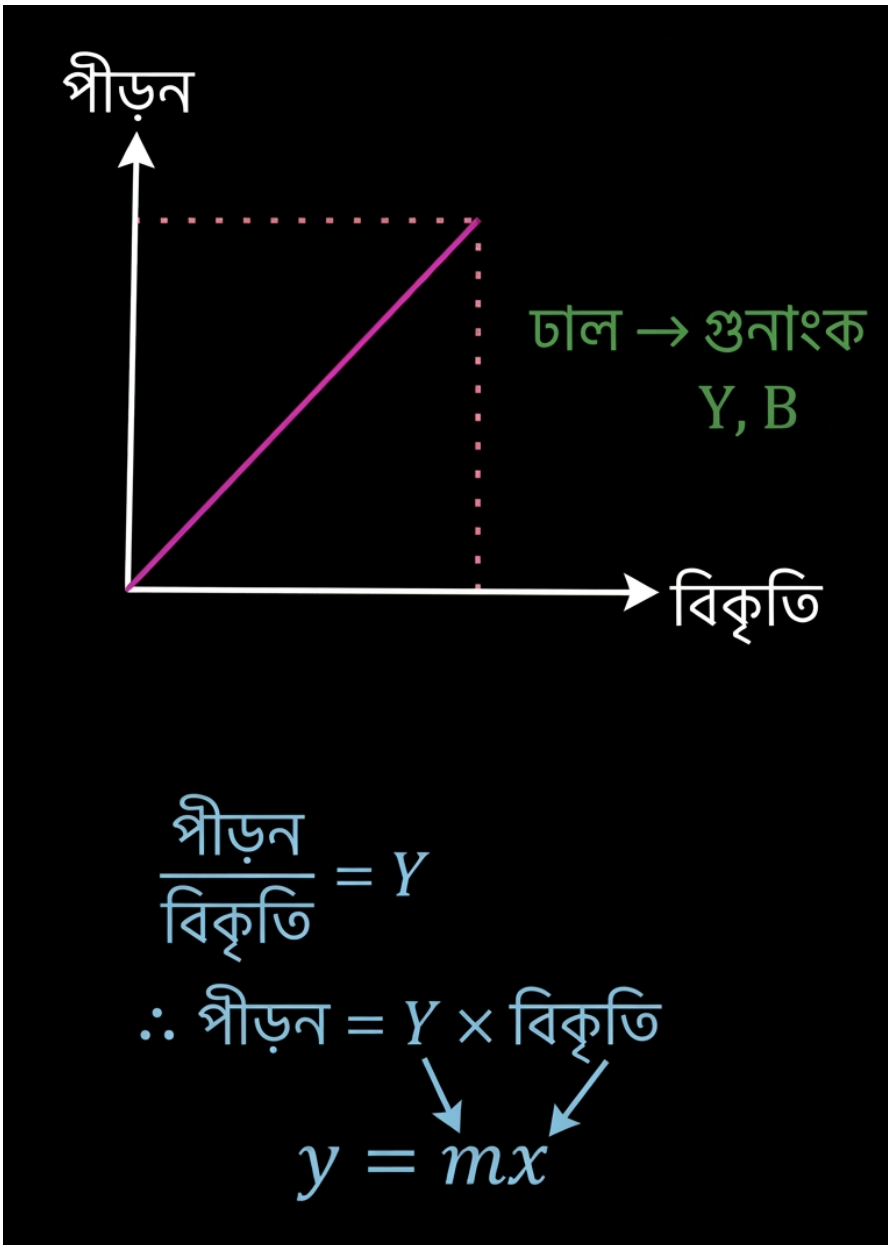
- দৈর্ঘ্য বিকৃতি: $\frac{l}{L}$, পীড়ন: $\frac{F}{A}$, গুণাঙ্ক: $Y = \frac{FL}{Al}$
- আয়তন বিকৃতি: $\frac{v}{V}$, পীড়ন: $P = \frac{F}{A}$, গুণাঙ্ক: $B = \frac{PV}{v}$
- ব্যবর্তন বিকৃতি: $\frac{x}{h} = \tan\theta$, পীড়ন: $\frac{F}{A}$, গুণাঙ্ক: $\eta = \frac{F}{A\tan\theta}$
- সব ক্ষেত্রেই একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি: $U = \frac{1}{2}$ $\times$ পীড়ন $\times$ বিকৃতি

পয়জনের অনুপাত (Poisson's Ratio)

পয়জনের অনুপাতকে সাধারণত σ (সিগমা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যখন কোনো ধাতব তার বা দণ্ডের উপর তার দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করা হয়, তখন শুধু দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয় না, এর সাথে সাথে প্রস্থে-রও পরিবর্তন ঘটে। এই পার্শ্বীয় পরিবর্তনের সাথে দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সম্পর্ককে পয়জনের অনুপাত বলা হয়।



ধরা যাক, একটি ধাতব তারের আদি দৈর্ঘ্য L। এবার তারের দুই প্রান্তে অনুদৈর্ঘ্য বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেল এবং প্রস্থ বা ব্যাস হ্রাস পেল।



তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ার কারণে যে বিকৃতি ঘটে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal Strain) বলা হয়।

সংজ্ঞা

দৈর্ঘ্য বরাবর একক দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন ঘটে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

অর্থাৎ,

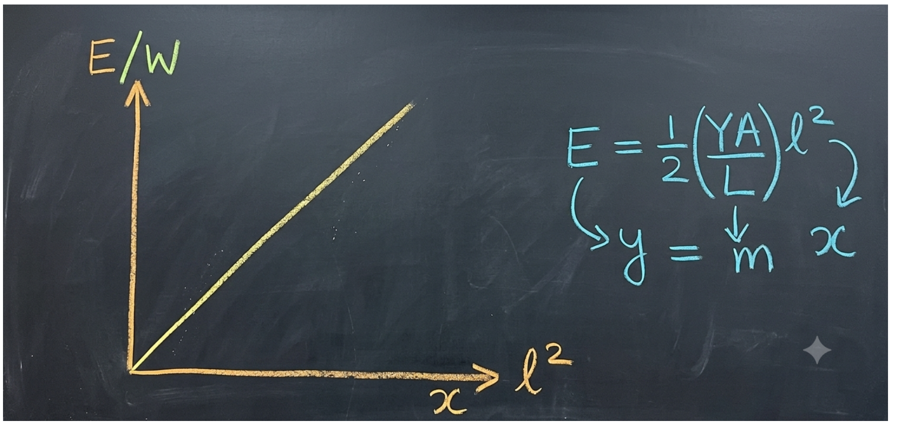
$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

যেখানে,

$$L = \text{তারের আদি দৈর্ঘ্য}$$

$$l = \text{দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি}$$

কিন্তু তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাওয়ার সাথে সাথে এর ব্যাস কমে যায়। এই ব্যাসের পরিবর্তনকে পার্শ্ব বিকৃতি বলা হয়।



ধরি,

$$D = \text{তারের আদি ব্যাস}$$

$$d = \text{ব্যাসের হ্রাস}$$

তাহলে,

$$\text{পার্শ্ব বিকৃতি} = \frac{d}{D}$$

বিজ্ঞানী পয়জন বিভিন্ন পদার্থের তার নিয়ে পরীক্ষা করে দেখেন যে, একই পদার্থের ক্ষেত্রে তারের দৈর্ঘ্য ও ব্যাস ভিন্ন হলেও পার্শ্ব বিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা।

সংজ্ঞা

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পার্শ্ব বিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়জনের অনুপাত (Poisson's Ratio) বলে।

অতএব,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

অথবা,

সূত্র

$$\sigma = \frac{\frac{d}{D}}{\frac{l}{L}}$$

$$\therefore \sigma = \frac{dL}{Dl}$$

পয়জনের অনুপাতের ঋণাত্মক চিহ্ন

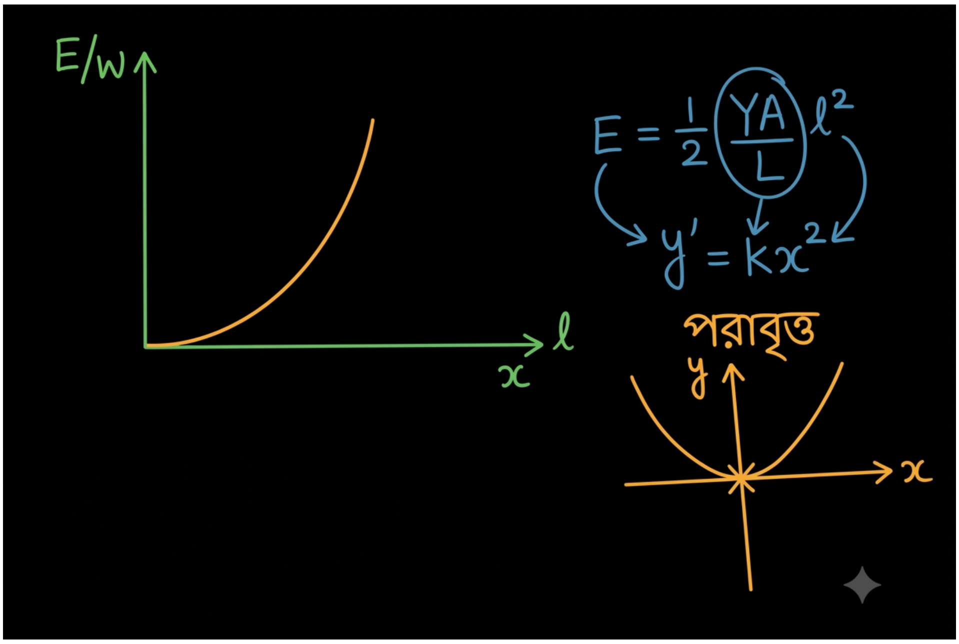
এখানে একটি বিষয় লক্ষ্য করতে হবে যে, টেনে লম্বা করলে—

- দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়, তাই দৈর্ঘ্য বিকৃতি ধনাত্মক।
- ব্যাস হ্রাস পায়, তাই পার্শ্ব বিকৃতি ঋণাত্মক।

অর্থাৎ,

$$\text{পার্শ্ব বিকৃতি} = -\frac{d}{D}$$

তাই পয়জনের অনুপাতকে সাধারণত ঋণাত্মক চিহ্নসহ লেখা হয়।



সূত্র

$$\sigma = -\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

অথবা,

$$\sigma = -\frac{\frac{d}{D}}{\frac{l}{L}}$$

$$\boxed{\sigma = -\frac{dL}{Dl}}$$

ব্যাসার্ধের সাহায্যে পয়জনের অনুপাত

যেহেতু,

$$D = 2R$$

এবং ব্যাসের পরিবর্তন,

$$d = 2r$$

তাই,

$$\frac{d}{D} = \frac{2r}{2R}$$

অর্থাৎ,

$$\frac{d}{D} = \frac{r}{R}$$

সুতরাং পয়জনের অনুপাত লেখা যায়,

সূত্র

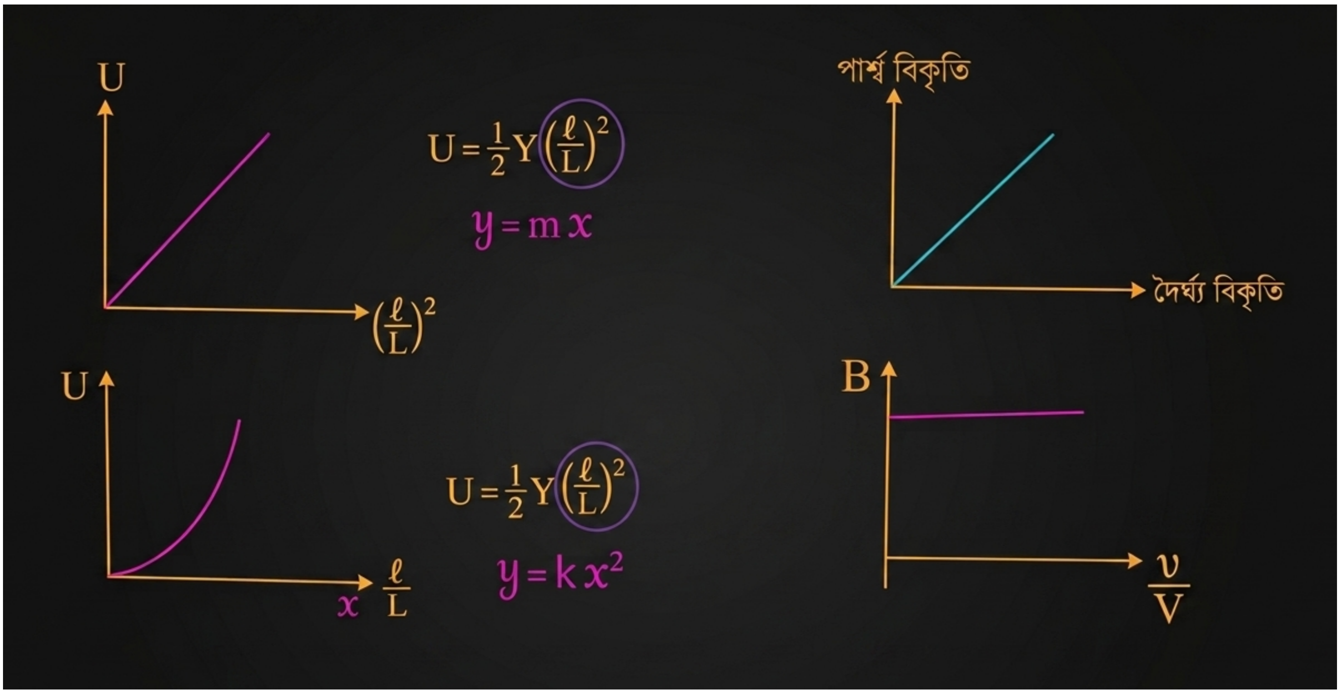
$$\sigma = -\frac{\frac{r}{R}}{\frac{l}{L}}$$

$$\therefore \sigma = -\frac{rL}{Rl}$$

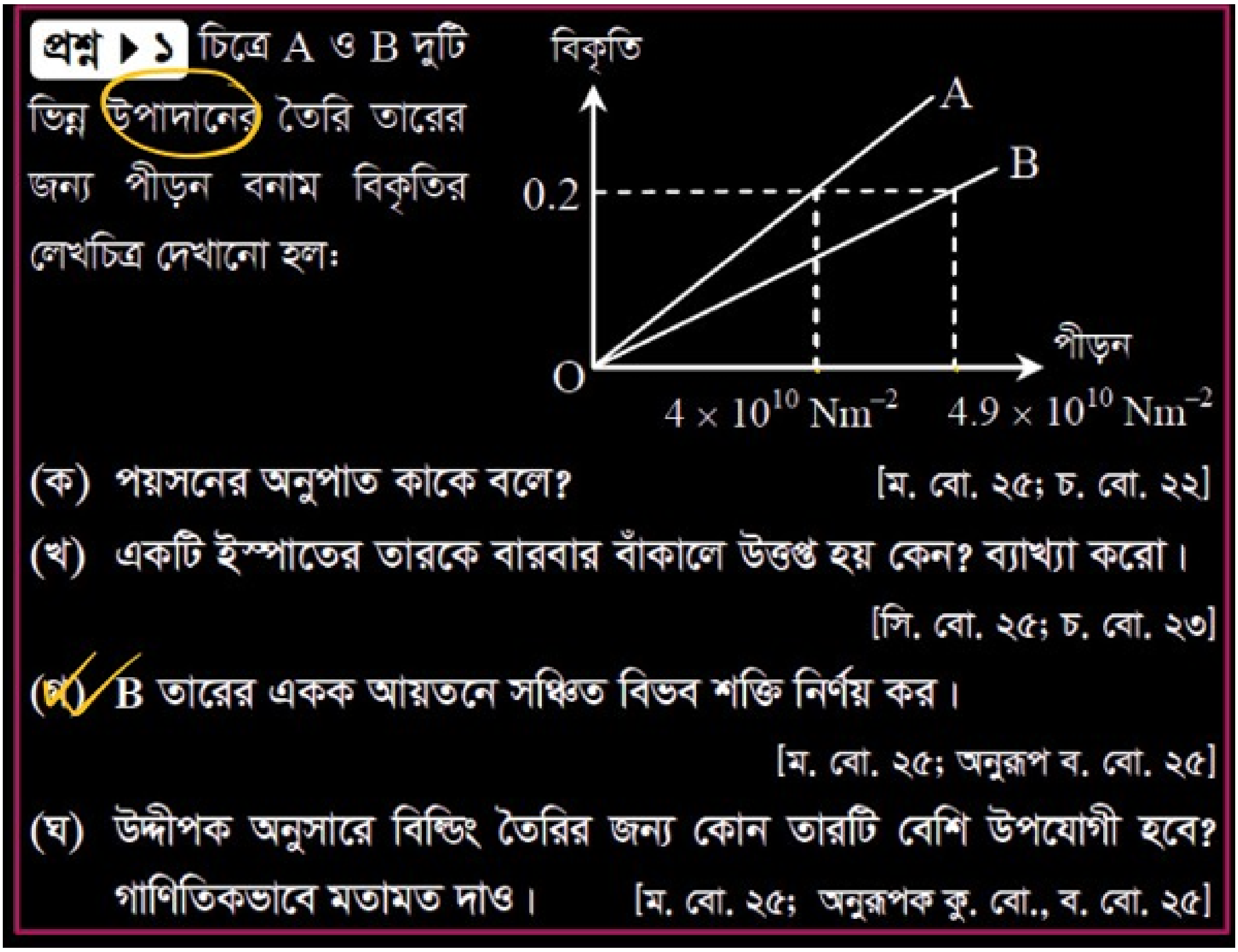
গুরুত্বপূর্ণ

মনে রাখতে হবে:

- টান দিলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং ব্যাস কমে যায়।
- চাপ দিলে দৈর্ঘ্য কমে এবং ব্যাস বৃদ্ধি পায়।
- এই কারণেই পয়জনের অনুপাতের সূত্রে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়।
- একই পদার্থের জন্য পয়জনের অনুপাত একটি নির্দিষ্ট ধ্রুব সংখ্যা।



CQ



প্রশ্ন ▶ ১ চিত্রে A ও B দুটি ভিন্ন উপাদানের তৈরি তারের জন্য পীড়ন বনাম বিকৃতির লেখচিত্র দেখানো হলঃ

(ক) পয়সনের অনুপাত কাকে বলে? [ম. বো. ২৫; চ. বো. ২২]

(খ) একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা করো। [সি. বো. ২৫; চ. বো. ২৩]

(গ) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিভব শক্তি নির্ণয় কর। [ম. বো. ২৫; অনুরূপ ব. বো. ২৫]

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে বিল্ডিং তৈরির জন্য কোন তারটি বেশি উপযোগী হবে? গাণিতিকভাবে মতামত দাও। [ম. বো. ২৫; অনুরূপক কু. বো., ব. বো. ২৫]

চিত্র 1: বিকৃতি সংক্রান্ত চিত্র

(ক) পয়সনের অনুপাত কাকে বলে?

সংজ্ঞা

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে, পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতি-এর অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত (Poisson's Ratio) বলে।

পয়সনের অনুপাতকে σ (সিগমা) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

$$\boxed{\sigma = -\frac{\frac{d}{D}}{\frac{l}{L}} = -\frac{dL}{Dl}}$$

এখানে,

- L = আদি দৈর্ঘ্য
- l = দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন
- D = আদি ব্যাস
- d = ব্যাসের পরিবর্তন

(খ) একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকালে উত্তপ্ত হয় কেন? ব্যাখ্যা কর।

যখন একটি ইস্পাতের তারকে বারবার বাঁকানো হয়, তখন তারটিতে স্থিতিস্থাপক বিকৃতি ঘটতে থাকে। প্রতি বার বাঁকানোর সময় তারটির ওপর বাহ্যিক বল প্রয়োগ করা হয় এবং এই বলের বিরুদ্ধে প্রত্যয়নী বল কাজ করে।

গুরুত্বপূর্ণ

বারবার বাঁকানোর ফলে তারটির মধ্যে অভ্যন্তরীণ ঘর্ষণ (Internal Friction) সৃষ্টি হয়। এই ঘর্ষণের কারণেই তারটি উত্তপ্ত হয়।

কারণসমূহ:

1. প্রতি বার বাঁকানোর সময় External Agent কর্তৃক কাজ সম্পাদিত হয়।
2. এই কাজের একটি অংশ তাপশক্তি হিসেবে রূপান্তরিত হয়।
3. তারটির অণুগুলোর মধ্যে ঘর্ষণ ও সংঘর্ষ বৃদ্ধি পায়।
4. ফলে তারটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং তা উত্তপ্ত হয়।

এটি স্থিতিস্থাপক শক্তির তাপশক্তিতে রূপান্তর এর একটি উদাহরণ।

(গ) B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিকৃতি শক্তি নির্ণয় কর।

প্রদত্ত তথ্য:

- A তারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $Y_A = 4 \times 10^{10}\,\text{Nm}^{-2}$
- B তারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $Y_B = 4.9 \times 10^{10}\,\text{Nm}^{-2}$

□ বিকৃতি, Strain $= 0.2$ (চিত্র থেকে)

আমরা জানি, একক আয়তনে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি,

$$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি}$$

আবার, হুকের সূত্র থেকে,

$$\text{পীড়ন} = Y \times \text{বিকৃতি}$$

সুতরাং,

$$U = \frac{1}{2} \times Y \times (\text{বিকৃতি})^2$$

B তারের ক্ষেত্রে,

$$U_B = \frac{1}{2} \times Y_B \times (\text{বিকৃতি})^2$$

$$U_B = \frac{1}{2} \times (4.9 \times 10^{10}) \times (0.2)^2$$

$$U_B = \frac{1}{2} \times 4.9 \times 10^{10} \times 0.04$$

$$U_B = 0.5 \times 4.9 \times 10^{10} \times 0.04$$

$$U_B = 0.5 \times 0.196 \times 10^{10}$$

$$U_B = 0.098 \times 10^{10}$$

সূত্র

$$U_B = 9.8 \times 10^8\,\text{Jm}^{-3}$$

অতএব, B তারের একক আয়তনে সঞ্চিত বিকৃতি শক্তি = $9.8 \times 10^8\,\text{Jm}^{-3}$।

(ঘ) উদ্দীপক অনুসারে বিভিন্ন তৈরির জন্য কোন তারটি বেশি উপযোগী হবে? গাণিতিকভাবে মতামত দাও।

আমরা জানি,

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক}, Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

একই বিকৃতির জন্য,

$$\text{পীড়ন} \propto Y$$

অর্থাৎ, Y-এর মান যত বেশি, পীড়ন তত বেশি হবে।
প্রদত্ত তথ্য:

- $Y_A = 4 \times 10^{10}\,\text{Nm}^{-2}$
- $Y_B = 4.9 \times 10^{10}\,\text{Nm}^{-2}$

এখানে,

$$Y_B > Y_A$$

সুতরাং,

গুরুত্বপূর্ণ

বিশ্লেষণ:

- B তারের Y-এর মান বেশি হওয়ায় এটি অধিক স্থিতিস্থাপক।
- বেশি স্থিতিস্থাপকতার কারণে B তারটি ভারবহন ক্ষমতায় বেশি উপযোগী।
- A তারের তুলনায় B তারটি বিকৃতি প্রতিরোধে বেশি সক্ষম।
- তাই, বিভিন্ন তৈরিকাজের জন্য B তারটি বেশি উপযোগী হবে।

গাণিতিক প্রমাণ:
একই বিকৃতি $\varepsilon = 0.2$-এর জন্য,
A তারের পীড়ন,

$$\sigma_A = Y_A \times \varepsilon = 4 \times 10^{10} \times 0.2 = 8 \times 10^{9}\,\text{Nm}^{-2}$$

B তারের পীড়ন,

$$\sigma_B = Y_B \times \varepsilon = 4.9 \times 10^{10} \times 0.2 = 9.8 \times 10^{9}\,\text{Nm}^{-2}$$

যেহেতু,

$$\sigma_B > \sigma_A$$

সুতরাং, B তারটি বেশি পীড়ন সহ্য করতে পারে।

সূত্র

অতএব, B তারটি বিভিন্ন তৈরিকাজের জন্য বেশি উপযোগী।

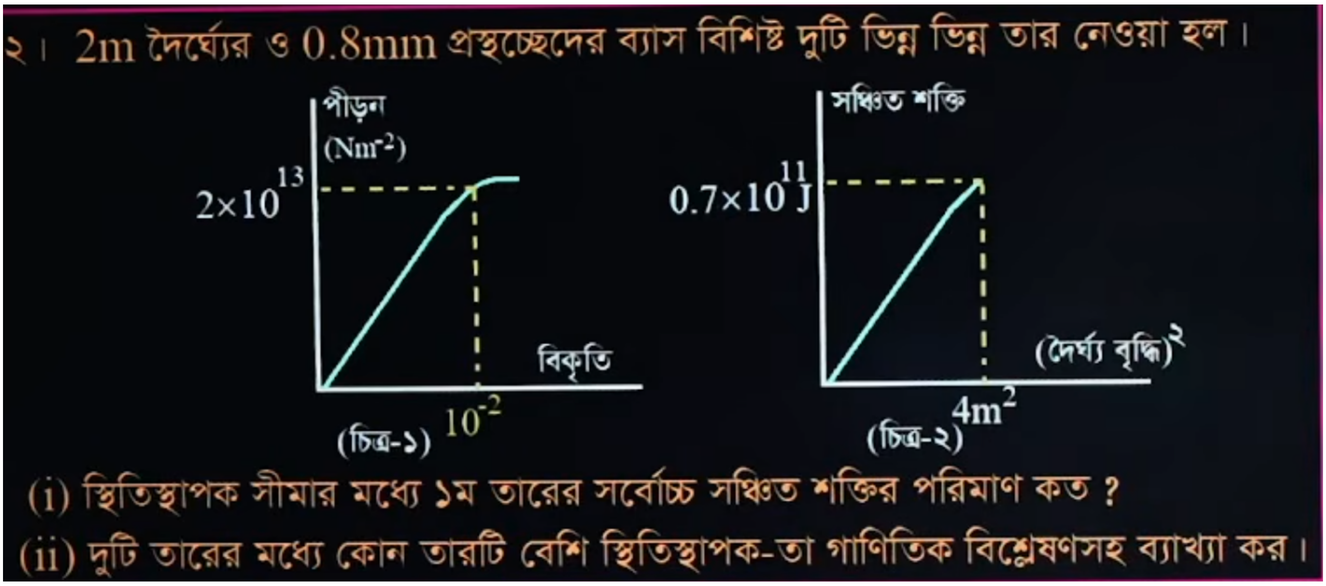
উত্তর সংক্ষেপ:

(ক) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে পয়সনের অনুপাত বলে।

(খ) বারবার বাঁকানোর ফলে অভ্যন্তরীণ ঘর্ষণের কারণে তারটি উত্তপ্ত হয়।

(গ) $U_B = 9.8 \times 10^{8}\,\text{Jm}^{-3}$

(ঘ) B তারটি বেশি উপযোগী, কারণ $Y_B > Y_A$ এবং এটি বেশি পীড়ন সহ্য করতে পারে।



চিত্র 2: বিকৃতি সংক্রান্ত চিত্র

প্রদত্ত তথ্য:

- দৈর্ঘ্য, $L = 2$ মি
- ব্যাস, $d = 0.8$ মিমি $= 0.8 \times 10^{-3}$ মি $\Rightarrow$ ব্যাসার্ধ, $r = 0.4 \times 10^{-3}$ মি
- ১ম তারের পীড়ন, $\sigma_1 = 2 \times 10^{13}\ \text{N/m}^2$ এবং বিকৃতি, $\epsilon_1 = 10^{-2}$
- ২য় তারের (বিকৃতি)^2 = 4 হলে সঞ্চিত শক্তি $E_2 = 0.7 \times 10^{11}$ জুল

সমাধান:

(i) ১ম তারের সর্বোচ্চ সঞ্চিত শক্তি নির্ণয়:

১ম নিয়ম (বল $\times$ সরণ):

$$\begin{aligned} E_1 &= \text{বল} \times \text{সরণ} = (\text{পীড়ন} \times \text{ক্ষেত্রফল}) \times (\text{বিকৃতি} \times \text{দৈর্ঘ্য}) \\ &= \sigma_1 \times (\pi r^2) \times (\epsilon_1 \times L) \\ &= (2 \times 10^{13}) \times \{\pi \times (0.4 \times 10^{-3})^2\} \times (10^{-2} \times 2) \\ &= \mathbf{100,531.2}\ \text{জুল (J)} \end{aligned}$$

২য় নিয়ম (শক্তি সূত্র):

$$
\begin{aligned}
E_1 &= \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} \times \text{আয়তন} \\
&= \frac{1}{2} \times (2 \times 10^{13}) \times (10^{-2}) \times \{\pi \times (0.4 \times 10^{-3})^2 \times 2\} \\
&= \mathbf{100,531.2} \text{ জুল (J)}
\end{aligned}
$$

(ii) কোন তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক তা নির্ণয়:

স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় করা হয় ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y) দিয়ে।

১ম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y_1):

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} \\
&= \frac{2 \times 10^{13}}{10^{-2}} \\
&= \mathbf{2 \times 10^{15}} \text{ N/m}^2
\end{aligned}
$$

২য় তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y_2): আমরা জানি, সঞ্চিত শক্তি, $E = \frac{1}{2}Y(\text{বিকৃতি})^2 \times \text{আয়তন}$

$$
\begin{aligned}
0.7 \times 10^{11} &= \frac{1}{2} \times Y_2 \times (4) \times \{\pi \times (0.4 \times 10^{-3})^2 \times 2\} \\
\Rightarrow Y_2 &= \frac{0.7 \times 10^{11} \times 2}{4 \times \pi \times 1.6 \times 10^{-7} \times 2} \\
\Rightarrow Y_2 &= \mathbf{1.39 \times 10^{17}} \text{ N/m}^2
\end{aligned}
$$

সিদ্ধান্ত:

যেহেতু, $1.39 \times 10^{17} > 2 \times 10^{15}$ অর্থাৎ, $Y_2 > Y_1$

সুতরাং, ২য় তারটি ১ম তারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক।

গুরুত্বপূর্ণ

[৪৫] একটি স্টীল তারের উপর ১০N বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হয় ০.১mm। বলের পরিবর্তন করার ফলে একই দৈর্ঘ্যের এবং দ্বিগুণ ব্যাসার্ধের অন্য একটি তারে সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে।

(i) উল্লিখিত প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে কৃতকাজ কত?

(ii) উল্লিখিত দ্বিতীয় তারে উৎপন্ন বলের পরিমাণ গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

প্রদত্ত তথ্য:

- প্রথম তারের উপর প্রযুক্ত বল, $F_1 = 10$ N
- দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি (সরণ), $l = 0.1 \text{ mm} = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}$
- প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = r$
- দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2r$ (দ্বিগুণ ব্যাসার্ধ)
- উভয় তারের দৈর্ঘ্য এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি সমান (L ও l একই)

সমাধান:

(i) প্রথম তারের দৈর্ঘ্য বিকৃতিতে কৃতকাজ (W):

⇒ সূত্র: $W = E = \frac{1}{2}Fl$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \times F_1 \times l \\ &= \frac{1}{2} \times (10) \times (0.1 \times 10^{-3}) \\ &= \mathbf{5 \times 10^{-4}} \text{ জুল (J)} \end{aligned}$$

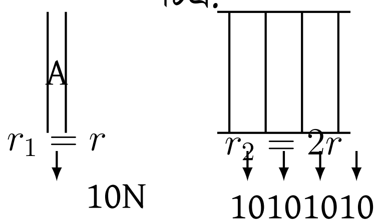
(উত্তর: $\mathbf{5 \times 10^{-4}}$J)

(ii) দ্বিতীয় তারে উৎপন্ন বলের পরিমাণ নির্ণয় (F_2):

মূল সূত্র: ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l} = \frac{FL}{Al}$ যেহেতু, তার দুটির উপাদান একই, তাই ইয়ং এর গুণাঙ্ক সমান হবে।

$$Y_1 = Y_2$$
$$\Rightarrow \frac{F_1 L}{A_1 l} = \frac{F_2 L}{A_2 l}$$
$$\Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad [\text{যেহেতু } L \text{ ও } l \text{ একই}]$$
$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}$$
$$\Rightarrow \frac{10}{F_2} = \frac{r^2}{(2r)^2} = \frac{r^2}{4r^2} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow F_2 = 10 \times 4$$
$$\Rightarrow F_2 = \mathbf{40} \text{ N}$$

চিত্র:



সিদ্ধান্ত:

যেহেতু, $F_2 = 40$ N

গাণিতিক বিশ্লেষণ (ব্যাখ্যা):

ইয়ং এর গুণাঙ্ক বা স্থিতিস্থাপকতা Y পদার্থের ধর্ম। যেহেতু একই উপাদানের তার, তাই $Y_1 = Y_2$। দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ প্রথমটির দ্বিগুণ হওয়ায় এর ক্ষেত্রফল চারগুণ হয় ($A_2 = 4A_1$ বা $\pi(2r)^2$). সমান দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করতে হলে সমান বিকৃতি $(\frac{l}{L})$ হতে হবে। তাই Y ধ্রুবক রাখতে বলের মানও ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক হারে বাড়াতে হয়। ফলে F_2 এর মান 10 N এর চারগুণ বা **40 N** হয়।

গুরুত্বপূর্ণ

[প্রশ্ন ১২] একটি পরীক্ষণে ১ cm এবং ৩ cm ব্যাসার্ধের ভিন্ন উপাদানের দুটি তার একই দৈর্ঘ্য থেকে ঝুলানো হলো। তার দুটির দৈর্ঘ্য অভিন্ন তার দুটিতে একই ভার ঝুলানোতে দ্বিতীয় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির অনেক বেশি হলো। প্রথম তারটির পয়সনের অনুপাত ০.৩।

(a) পীড়ন কী?

(b) তাপমাত্রা বাড়ালে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কমে কেন? ব্যাখ্যা কর।

(c) প্রথম তারটির দৈর্ঘ্য ১০% বাড়ালে এর ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পাবে?

(d) উল্লিখিত কোন তারটির ভার বহনের ক্ষমতা বেশি হবে? গাণিতিকভাবে যাচাই কর।

প্রদত্ত তথ্য:

- প্রথম তারের ব্যাসার্ধ, $r_1 = 1$ cm
- দ্বিতীয় তারের ব্যাসার্ধ, $r_2 = 3$ cm
- প্রথম তারটির পয়সনের অনুপাত, $\sigma = 0.3$
- ভার (F) এবং দৈর্ঘ্য (L) সমান
- প্রশ্নমতে, $l_2 > l_1$ (দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি প্রথমটির চেয়ে বেশি)

সমাধান:

(a) পীড়ন (Stress): সংজ্ঞা: কোনো বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অভ্যন্তরীণ বা বাহ্যিক বিপরীতমুখী বলের মানকে পীড়ন বলে।
মাত্রা: $[\mathrm{ML^{-1}T^{-2}}]$
একক: $\mathrm{Nm^{-2}}$ বা পাস্কাল (Pa)।

(b) তাপমাত্রা বাড়ালে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মান কমে কেন? ব্যাখ্যা: তাপমাত্রা বাড়লে পদার্থের অণুগুলোর গতিশক্তি বেড়ে যায় এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব বৃদ্ধি পায়। ফলে অণুগুলোর মধ্যে আকর্ষণ বল (আন্তঃআণবিক বল) হ্রাস পায়। আন্তঃআণবিক বল কমে গেলে বস্তু সহজেই বিকৃত হয়। ফলে

একই পীড়নে বিকৃতির পরিমাণ বেড়ে যায়। যেহেতু, ইয়ং এর গুণাঙ্ক $Y = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$, তাই বিকৃতি বাড়লে ইয়ং এর গুণাঙ্কের মান কমে যায়।

(c) প্রথম তারটির ব্যাসার্ধের হ্রাসের পরিমাণ নির্ণয়:

$$\text{পয়সনের অনুপাত, } \sigma = 0.3$$
$$\text{তির্যক বিকৃতি, } \frac{\Delta r}{r} = ?$$
$$\text{রৈখিক বিকৃতি, } \frac{\Delta L}{L} = 10\% = +0.1$$

আমরা জানি,

$$\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}}$$
$$\Rightarrow 0.3 = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{0.1}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta r}{r} = -0.3 \times 0.1 = -0.03 = -3\%$$

অর্থাৎ, প্রথম তারটির ব্যাসার্ধ ৩% হ্রাস পাবে।

(d) কোন তারটির ভার বহনের ক্ষমতা বেশি?

গাণিতিক বিশ্লেষণ (সঠিক যাচাই): সূত্র: ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$

যেহেতু, উভয় তারে একই ভার (F) ঝুলানো হয়েছে এবং তাদের দৈর্ঘ্য (L) সমান। তাই দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি l হবে:

$$l = \frac{FL}{AY}$$
$$\Rightarrow l \propto \frac{1}{AY}$$

এখন, প্রশ্নানুযায়ী দ্বিতীয় তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বেশি, তাই $l_2 > l_1$।

$$\therefore \frac{1}{A_2Y_2} > \frac{1}{A_1Y_1}$$
$$\Rightarrow A_2Y_2 < A_1Y_1$$

এখন, $A_2 = \pi(3)^2 = 9\pi$ এবং $A_1 = \pi(1)^2 = \pi$

$$\Rightarrow (9\pi)Y_2 < (\pi)Y_1$$
$$\Rightarrow 9Y_2 < Y_1$$

অর্থাৎ, প্রথম তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক দ্বিতীয় তারের চেয়ে ৯ গুণেরও বেশি।

বোর্ডের হিসাবের ছবি:

$$r_1 = 1\text{cm}, \quad r_2 = 3\text{cm}$$
$$\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\frac{F}{A_1l_1}}{\frac{F}{A_2l_2}} = \frac{A_2l_2}{A_1l_1}$$

যেহেতু $l_2 > l_1$, ধরি $l_2 = n \cdot l_1$ (যেখানে $n > 1$)

$$\Rightarrow \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{\pi r_2^2}{\pi r_1^2} \times \frac{nl_1}{l_1} = \frac{3^2}{1^2} \times n$$
$$\Rightarrow \frac{Y_1}{Y_2} = 9n \implies Y_1 = 9n \cdot Y_2$$

যেহেতু $n > 1$, তাই $Y_1 \gg Y_2$

ভার বহনের ক্ষমতার সিদ্ধান্ত: কোনো তারের ভার বহনের ক্ষমতা তার ভাঙন পীড়নের (Breaking Stress) ওপর নির্ভর করে, যা ইয়ং এর গুণাঙ্কের (Y) সমানুপাতিক। আমরা গাণিতিকভাবে প্রমাণ করেছি, $Y_1 > Y_2$ (প্রথম তারটির ইয়ং এর গুণাঙ্ক অনেক বেশি)।

তাই, প্রথম তারটির ভার বহনের ক্ষমতা দ্বিতীয় তারটির চেয়ে বেশি।

গুরুত্বপূর্ণ

[প্রশ্ন ৮] একই দৈর্ঘ্যের তিনটি তারের ব্যাস যথাক্রমে 3 mm, 4 mm এবং 5 mm। তার তিনটির প্রত্যেকটিতে 6×10^3 N বল প্রয়োগ করায় এদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4%, 2% এবং 1% বৃদ্ধি পেল।

(a) হুকের সূত্রটি লেখ।

(b) তরল ও গ্যাসের দুইতার গুণাঙ্ক থাকে না কেন? ব্যাখ্যা কর।

(c) প্রথম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় কর।

(d) উল্লিখিত ২য় ও ৩য় তারের মধ্যে কোনটির স্থিতিস্থাপকতা বেশি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

প্রদত্ত তথ্য:

- তারগুলোর দৈর্ঘ্য সমান (L same)।
- প্রযুক্ত বল, $F = 6 \times 10^3$ N (প্রত্যেকটিতে সমান)।
- ১ম তারের ব্যাস, $d_1 = 3$ mm $\Rightarrow$ ব্যাসার্ধ, $r_1 = 1.5$ mm $= 1.5 \times 10^{-3}$ m। দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{l_1}{L} = 4\% = 0.04$।
- ২য় তারের ব্যাস, $d_2 = 4$ mm $\Rightarrow$ ব্যাসার্ধ, $r_2 = 2$ mm $= 2 \times 10^{-3}$ m। দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{l_2}{L} = 2\% = 0.02$।
- ৩য় তারের ব্যাস, $d_3 = 5$ mm $\Rightarrow$ ব্যাসার্ধ, $r_3 = 2.5$ mm $= 2.5 \times 10^{-3}$ m। দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\frac{l_3}{L} = 1\% = 0.01$।

সমাধান:

(a) হুকের সূত্র: বক্তব্য: "সীমাবদ্ধ স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন (Stress) ঐ বস্তুর সৃষ্ট বিকৃতির (Strain) সমানুপাতিক।"
গাণিতিক রূপ: Stress $\propto$ Strain $\implies \frac{F}{A} = Y\frac{l}{L}$।
এখানে, Y হল বস্তুর উপাদানের ধ্রুবক, যাকে ইয়ংয়ের গুণাঙ্ক বলা হয়।

(b) তরল ও গ্যাসের দুইতার গুণাঙ্ক থাকে না কেন? ব্যাখ্যা: ইয়ং-এর গুণাঙ্ক (Y) হলো দৃঢ়তার

(Rigidity) একটি পরিমাপ। এটি শুধুমাত্র কঠিন পদার্থের জন্য প্রযোজ্য। কারণ কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে দৃঢ় বন্ধন (আন্তঃআণবিক বল) থাকে, যা তাদের দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের প্রতিরোধ করে। অন্যদিকে, তরল ও গ্যাসের অণুগুলো দুর্বল বল দ্বারা আবদ্ধ থাকে। এদের নির্দিষ্ট আকৃতি থাকে না এবং এরা খুব সহজেই (অল্প চাপে) প্রবাহিত ও সংকুচিত হতে পারে। তাই তরল ও গ্যাসের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (বা ইয়ং গুণাঙ্ক) পরিমাপ করা সম্ভব হয় না। (তবে এদের আয়তন গুণাঙ্ক বা Bulk Modulus থাকে)।

(c) প্রথম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি নির্ণয়:

গণনা (বাম পাশের সবুজ অংশ): আমরা জানি, একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি বা স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তির ঘনত্ব,

$$U = \frac{1}{2} \times \text{পীড়ন} \times \text{বিকৃতি} = \frac{1}{2} \times \frac{F}{A} \times \frac{l}{L}$$

এখন ১ম তারের জন্য মান বসাই:

$$\text{ক্ষেত্রফল, } A_1 = \pi r_1^2 = \pi(1.5 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2$$
$$\text{বিকৃতি, } \frac{l_1}{L} = 0.04$$
$$\text{পীড়ন, } \frac{F}{A_1} = \frac{6 \times 10^3}{\pi(1.5 \times 10^{-3})^2}$$
$$\therefore U = \frac{1}{2} \times \frac{6 \times 10^3}{\pi(1.5 \times 10^{-3})^2} \times 0.04$$
$$= \mathbf{1.69 \times 10^7} \text{ J/m}^3$$

সুতরাং, প্রথম তারের একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি প্রায় $\mathbf{1.69 \times 10^7}$ জুল/মিটার^3

(d) কোন তারটির স্থিতিস্থাপকতা বেশি? (২য় ও ৩য় তারের বিশ্লেষণ)

$$\frac{Y_2}{Y_3} = \frac{\frac{F}{A_2 \frac{l_2}{L}}}{\frac{F}{A_3 \frac{l_3}{L}}} = \frac{A_3}{A_2} \times \frac{\frac{l_3}{L}}{\frac{l_2}{L}}$$

$$= \left(\frac{2.5}{2}\right)^2 \times \frac{0.01}{0.02}$$

$$= \frac{25}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{32} < 1$$

যেহেতু $\frac{Y_2}{Y_3} < 1$

অতএব $Y_3 > Y_2$।

গাণিতিক বিশ্লেষণ: সূত্র: ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{FL}{Al}$

যেহেতু, উভয় তারে একই বল ($F = 6 \times 10^3$ N) প্রয়োগ করা হয়েছে এবং দৈর্ঘ্য (L) সমান, তাই:

$$Y \propto \frac{1}{A \cdot (\frac{l}{L})}$$

২য় তারের ক্ষেত্রে, $Y_2 \propto \frac{1}{A_2 \cdot \frac{l_2}{L}} = \frac{1}{\pi r_2^2 \cdot 0.02}$

৩য় তারের ক্ষেত্রে, $Y_3 \propto \frac{1}{A_3 \cdot \frac{l_3}{L}} = \frac{1}{\pi r_3^2 \cdot 0.01}$

স্থিতিস্থাপকতার সিদ্ধান্ত: যেহেতু, $Y_3 > Y_2$ (৩য় তারের ইয়ং এর গুণাঙ্ক ২য় তারের চেয়ে বেশি), তাই ৩য় তারটির স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) ২য় তারটির চেয়ে বেশি। (অর্থাৎ ৩য় তারটি অনেক বেশি শক্ত; এটি বিকৃত হতে অনেক বেশি পীড়ন লাগবে।)

গুরুত্বপূর্ণ

[প্রশ্ন ৬] 10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তৈরি ঘনকের উপরিতলে 2.48×10^7 N আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্পর্শক বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থির তলের সাপেক্ষে তলাটির 2.95 mm সরণ ঘটে। অপরদিকে 3 cm বাহুবিশিষ্ট একটি অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের বিপরীত তলে সমান ও বিপরীত স্পর্শকীয় বল প্রয়োগে তলের কৌণিক সরণ হয় 0.01°। অ্যালুমিনিয়ামের আকার গুণাঙ্ক 2.6×10^{10} Nm^{-2}।

(a) স্থিতিস্থাপক সীমা কাকে বলে?

(b) পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব কি না? ব্যাখ্যা কর।

(c) অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ নির্ণয় কর।

(d) উল্লিখিত কোন উপাদানের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।

প্রদত্ত তথ্য:

- ইস্পাতের ঘনক: বাহু, $a_1 = 0.1$ m, বল $F_1 = 2.48 \times 10^7$ N, সরণ $x_1 = 2.95 \times 10^{-3}$ m।
- অ্যালুমিনিয়ামের ঘনক: বাহু, $a_2 = 0.03$ m, কৌণিক সরণ $\theta = 0.01^\circ$, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $\eta_2 = 2.6 \times 10^{10}$ N/m^2।

সমাধান:

(a) স্থিতিস্থাপক সীমা: সংজ্ঞা: যে পর্যন্ত পীড়ন প্রয়োগ করলে বস্তুটি সম্পূর্ণরূপে স্থিতিস্থাপক আচরণ করে এবং পীড়ন অপসারণ করলে তার পূর্বাবস্থায় ফিরে আসে, সেই সর্বোচ্চ সীমাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।

(b) পয়সনের অনুপাত ঋণাত্মক হওয়া সম্ভব কি না? ব্যাখ্যা: পয়সনের অনুপাত $\sigma = -\frac{\text{তির্যক বিকৃতি}}{\text{রৈখিক বিকৃতি}}$। সাধারণত এটি ধনাত্মক হয়। তবে তাত্ত্বিকভাবে **ঋণাত্মক পয়সনের অনুপাত পাওয়া সম্ভব** (এ ধরনের পদার্থকে অক্সেটিক বলে)। এসব পদার্থের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেলে প্রস্থও বৃদ্ধি পায়। প্রকৃতিতে খুব কম পদার্থেই এ বৈশিষ্ট্য দেখা যায়।

(c) অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বলের পরিমাণ নির্ণয়:

গণনা: আমরা জানি, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক, $\eta = \frac{F}{A\tan\theta} \implies F = \eta \cdot A \cdot \tan\theta$

$$\begin{aligned} A &= (0.03)^2 \text{ m}^2 \\ \theta &= 0.01^\circ \\ F &= (2.6 \times 10^{10}) \times (0.03)^2 \times \tan(0.01^\circ) \\ &= \mathbf{4.084 \times 10^3} \text{ N} \end{aligned}$$

সুতরাং, অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের উপর প্রযুক্ত বল $\mathbf{4.084 \times 10^3}$ নিউটন।

(d) কোন উপাদানের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি?

গাণিতিক বিশ্লেষণ: আমরা জানি, দৃঢ়তা গুণাঙ্ক $\eta = \frac{F}{A\tan\theta} = \frac{F}{a \cdot x}$ (যেখানে x সরণ)।

ইস্পাতের ঘনকের দৃঢ়তা (η_1):

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{F_1}{a_1 \cdot x_1} \\ &= \frac{2.48 \times 10^7}{0.1 \times 2.95 \times 10^{-3}} \\ &= \mathbf{8.4 \times 10^{10}} \text{ N/m}^\mathbf{2} \end{aligned}$$

অ্যালুমিনিয়ামের ঘনকের দৃঢ়তা (η_2): প্রদত্ত, $\eta_2 = 2.6 \times 10^{10}$ N/m^2

সিদ্ধান্ত: যেহেতু, $\eta_1 = 8.4 \times 10^{10}$ এবং $\eta_2 = 2.6 \times 10^{10}$, তাই $\eta_1 > \eta_2$। ইস্পাতের তৈরি ঘনকের দৃঢ়তা বেশি।

গুরুত্বপূর্ণ

[প্রশ্ন ১০] দৃশ্যকল্প-১: X এবং Y তারের বিভিন্ন রাশির মান নিচের ছকে দেওয়া হল:

তার	দৈর্ঘ্য L(m)	ব্যাসার্ধ r(mm)	বল F(N)	দৈর্ঘ্য প্রসারণ l(mm)	ব্যাস-হ্রাস d(mm)
X	0.80	0.5	5	7	0.005
Y	0.75	0.5	6	8	0.01

(a) কোন তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক?

(b) X তারের পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর। [দৃশ্যকল্প-১ হতে]

(c) Y তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে ইহার পয়সনের অনুপাতের মান কত হওয়া সম্ভব? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দৃশ্যকল্প-২ হতে]

সমাধান:

(a) কোন তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক?

গাণিতিক বিশ্লেষণ: স্থিতিস্থাপকতা পরিমাপ করা হয় ইয়ং এর গুণাঙ্ক (Y) দিয়ে। যার Y এর মান বেশি, সে বেশি স্থিতিস্থাপক।

$$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{FL}{\pi r^2 l}$$

X তারের জন্য:

$$\begin{aligned}
L &= 0.80 \text{ m} \\
r &= 0.5 \text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m} \\
F &= 5 \text{ N} \\
l &= 7 \text{ mm} = 7 \times 10^{-3} \text{ m} \\
\therefore Y_X &= \frac{5 \times 0.80}{\pi(0.5 \times 10^{-3})^2 \times (7 \times 10^{-3})} \\
&= \frac{4}{\pi \times (2.5 \times 10^{-7}) \times (7 \times 10^{-3})} \\
&= \frac{4}{1.75\pi \times 10^{-9}} \approx \mathbf{7.27 \times 10^8} \text{ N/m}^2
\end{aligned}$$

Y তারের জন্য:

$$\begin{aligned}
L &= 0.75 \text{ m} \\
r &= 0.5 \text{ mm} = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m} \\
F &= 6 \text{ N} \\
l &= 8 \text{ mm} = 8 \times 10^{-3} \text{ m} \\
\therefore Y_Y &= \frac{6 \times 0.75}{\pi(0.5 \times 10^{-3})^2 \times (8 \times 10^{-3})} \\
&= \frac{4.5}{\pi \times (2.5 \times 10^{-7}) \times (8 \times 10^{-3})} \\
&= \frac{4.5}{2\pi \times 10^{-9}} \approx \mathbf{7.16 \times 10^8} \text{ N/m}^2
\end{aligned}$$

সিদ্ধান্ত: যেহেতু, $Y_X > Y_Y$ $(7.27 \times 10^8 > 7.16 \times 10^8)$, তাই X তারটি বেশি স্থিতিস্থাপক।

(b) X তারের পয়সনের অনুপাত নির্ণয়:

পয়সনের অনুপাতের সূত্র:

$$\sigma = -\frac{\text{তির্যক বিকৃতি}}{\text{রৈখিক বিকৃতি}} = -\frac{\frac{d}{2r}}{\frac{l}{L}} = -\frac{dL}{2rl}$$

X তারের জন্য মান বসাই:

$$\begin{aligned}
\text{ব্যাস-হ্রাস}, d &= 0.005 \text{ mm} \\
\text{ব্যাসার্ধ}, r &= 0.5 \text{ mm} \\
\text{দৈর্ঘ্য}, L &= 0.80 \text{ m} = 800 \text{ mm} \\
\text{দৈর্ঘ্য প্রসারণ}, l &= 7 \text{ mm} \\
\therefore \sigma &= -\frac{(0.005) \times (800)}{2 \times (0.5) \times (7)} \\
&= -\frac{4}{7} = -\mathbf{0.57}
\end{aligned}$$

অর্থাৎ, X তারের পয়সনের অনুপাত $-\mathbf{0.57}$।

(c) Y তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে পয়সনের অনুপাতের মান কত হওয়া সম্ভব?

গাণিতিক বিশ্লেষণ: জ্ঞানমূলক ব্যাখ্যা: আমরা জানি, অত্যন্ত নমনীয় (নরম) পদার্থের জন্য পয়সনের অনুপাতের মান $\sigma = 0.5$ হয়। অর্থাৎ এ ধরনের পদার্থের আয়তন প্রায় অপরিবর্তিত থাকে (কম্প্রেশন বা টানের সময় আয়তন একই থাকে)।

যাচাইকরণ (বোর্ডের কমলা অংশ): পয়সনের অনুপাত σ এর মান কেবলমাত্র $-1 \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$ সীমার মধ্যে থাকতে পারে।

এখন, Y তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে, অর্থাৎ তির্যক বিকৃতির ফলে তার ব্যাস হ্রাস পাবে, ফলে প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল কমে গেলেও আয়তন একই রাখতে হলে দৈর্ঘ্য l এর মান বাড়তে হবে। কিন্তু পয়সনের অনুপাতের ক্ষেত্রে **অত্যন্ত নমনীয় পদার্থের** ক্ষেত্রে $\sigma = \frac{1}{2} = 0.5$ হয়।

যদি Y তারের পয়সনের অনুপাত $\sigma = 0.5$ হয়, তাহলে এটি নির্দেশ করে যে তারটি আয়তন-সংরক্ষণশীল এবং অত্যন্ত নমনীয়। তাত্ত্বিকভাবে এই মানটি অর্জন করা সম্ভব।

সিদ্ধান্ত: আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে পয়সনের অনুপাতের মান 0.5 (বা $\frac{1}{2}$) হওয়া সম্ভব।

গুরুত্বপূর্ণ

[দৃশ্যকল্প-২] A ও B দুটি তার। A তারের দৈর্ঘ্য l_1 ও ব্যাসার্ধ r_1; অন্যদিকে B তারের দৈর্ঘ্য l_2 ও ব্যাসার্ধ r_2। উভয় তারে 7 kg ভর উল্লম্বভাবে নিচে চাপানো হলে A তারের দৈর্ঘ্য 1 mm বৃদ্ধি পায়। B তারেরও দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায়।

(a) ধাতব বন্ধন কী?

(b) একটি তারের বিকৃতির মান বাড়াতে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে কি? ব্যাখ্যা কর।

(c) A তারে কৃতকাজ কত?

(d) B তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে ইহার পয়সনের অনুপাতের মান বের করা সম্ভব কি? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর। [দৃশ্যকল্প-২ হতে]

প্রদত্ত তথ্য:

- A তারে প্রযুক্ত বল, $F = mg = 7g$ N (যেখানে $g \approx 9.8$ m/s^2)
- A তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 1$ mm $= 1 \times 10^{-3}$ m
- A ও B তারের জন্য চাপানো ভর সমান

সমাধান:

(a) ধাতব বন্ধন: সংজ্ঞা: ধাতব পরমাণুসমূহের মধ্যে ইলেকট্রনের মুক্ত সঞ্চালনের মাধ্যমে যে আন্তঃ-আণবিক বা আন্তঃপরমাণবিক আকর্ষণ বল কাজ করে, তাকে ধাতব বন্ধন বলে। ধাতব বন্ধনের কারণে ধাতুসমূহ বিদ্যুৎ ও তাপ পরিবাহী হয় এবং এদের নমনীয়তা ও ঘাতসহনশীলতা দেখা যায়।

(b) একটি তারের বিকৃতির মান বাড়াতে পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে কি? ব্যাখ্যা: হ্যাঁ, পীড়নের মান বৃদ্ধি করতে হবে। কারণ, হুকের সূত্রানুযায়ী, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন বিকৃতির সমানুপাতিক। অর্থাৎ, পীড়ন $\propto$ বিকৃতি। তাই কোনো তারের বিকৃতি বৃদ্ধি করতে হলে তার উপর প্রযুক্ত পীড়ন বা বলের পরিমাণ অবশ্যই বাড়াতে হবে।

(c) A তারে কৃতকাজ কত?

গণনা (উপরের হলুদ অংশ থেকে): তারের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য প্রসারণের সময় কৃতকাজ, $W=$ সঞ্চিত স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি (E)।

$$W = \frac{1}{2} \times \text{বল} \times \text{সরণ} = \frac{1}{2}Fl$$
$$= \frac{1}{2} \times (mg) \times l$$

প্রদত্ত ভর $m = 7$ kg এবং দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l = 1$ mm $= 1 \times 10^{-3}$ m। ধরি $g = 9.8$ m/s^2

$$W = \frac{1}{2} \times (7 \times 9.8) \times (1 \times 10^{-3})$$
$$= 0.5 \times 68.6 \times 10^{-3}$$
$$= \mathbf{0.0343} \text{ জুল (J)}$$

সুতরাং, A তারে কৃতকাজ প্রায় $\mathbf{3.43 \times 10^{-2}}$ জুল।

(d) B তারের আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে ইহার পয়সনের অনুপাতের মান বের করা সম্ভব কি?

গাণিতিক বিশ্লেষণ (ডানপাশের কমলা অংশ): পয়সনের অনুপাতের সূত্র, $\sigma = -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} = -\frac{r' \cdot L}{r \cdot L'}$

অপরদিকে, কোনো সিলিন্ডার বা তারের আয়তন $V = \pi r^2 L$ আয়তনের আপেক্ষিক পরিবর্তন (লগারিদমিক ডিফারেন্সিয়েশন করে):

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta L}{L}$$
$$\text{এখন, পয়সনের অনুপাত থেকে, } \frac{\Delta r}{r} = -\sigma\frac{\Delta L}{L}$$
$$\therefore \frac{\Delta V}{V} = 2\left(-\sigma\frac{\Delta L}{L}\right) + \frac{\Delta L}{L}$$
$$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L}(1 - 2\sigma)$$

যেহেতু, B তারের আয়তন অপরিবর্তিত রয়েছে, তাই $\frac{\Delta V}{V} = 0$।

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\Delta L}{L}(1 - 2\sigma) \\
\Rightarrow 1 - 2\sigma &= 0 \quad [\text{যেহেতু } \Delta L \neq 0] \\
\Rightarrow 2\sigma &= 1 \\
\Rightarrow \sigma &= \frac{1}{2} = 0.5
\end{aligned}$$

উত্তর: আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে পয়সনের অনুপাতের মান **0.5** হয়, যা নমনীয় পদার্থের (যেমন রাবার) ক্ষেত্রে সম্ভব। তাই গাণিতিকভাবে এই মান বের করা সম্ভব।

ত্রুটি বিশ্লেষণ:

$$\begin{aligned}
\text{আয়তন, } V \propto r^2 L \implies \frac{\Delta V}{V} &= 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta L}{L} \\
\therefore 0 &= 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta L}{L} \\
\Rightarrow \frac{\Delta r}{r} &= -\frac{1}{2}\frac{\Delta L}{L} \\
\Rightarrow \sigma &= -\frac{\frac{\Delta r}{r}}{\frac{\Delta L}{L}} = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

$\therefore \sigma = \frac{1}{2} = 0.5$ (অত্যন্ত নমনীয় পদার্থের জন্য প্রযোজ্য)।

প্রশ্নসমূহ

7. কোনটি পদার্থের সাধারণ ধর্ম?

   a) পৃষ্ঠটান
   b) সান্দ্রতা
   c) স্থিতিস্থাপকতা
   d) পৃষ্ঠটান

8. নিচের কোনটি অধিক স্থিতিস্থাপক?

   a) কাচ
   b) রাবার
   c) তামা
   d) কাঠ

9. সর্বাধিক স্থিতিস্থাপক বস্তু কোনটি?

   a) রাবার
   b) তামা
   c) ইস্পাত
   d) স্পঞ্জ

10. যেসব বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্ম ভিন্ন তাদের বলা হয়--

   a) পূর্ণ দৃঢ় বস্তু
   b) সমদিক ধর্মী বস্তু
   c) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু
   d) অসমদিক ধর্মী বস্তু

সমাধান ও ব্যাখ্যা

7. উত্তর: গ) স্থিতিস্থাপকতা [য. বো. ১৭]

ব্যাখ্যা: পদার্থের সকল অবস্থায় (কঠিন, তরল ও বায়বীয়) স্থিতিস্থাপকতা ধর্মটি পরিলক্ষিত হয়। পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা কেবল প্রবাহীর (তরল ও গ্যাসের) ক্ষেত্রে পরিলক্ষিত হয়।

বিশেষ দ্রষ্টব্য: স্থিতিস্থাপকতা ধর্মটি সব অবস্থায় পাওয়া যায়।

8. উত্তর: গ) তামা [রা. বো. ২৪]

ব্যাখ্যা: যে বস্তুর দৃঢ়তা বেশি তার স্থিতিস্থাপকতাও বেশি হবে। এক্ষেত্রে তামার দৃঢ়তা বেশি।
স্থিতিস্থাপকতার ক্রম: ইস্পাত, টাইটানিয়াম, অ্যালুমিনিয়াম, তামা, পিতল, ইত্যাদি।

9. উত্তর: গ) ইস্পাত [ব. বো. ২৩]

ব্যাখ্যা: প্রদত্ত বিকল্পগুলোর মধ্যে ইস্পাতের দৃঢ়তা বা ইয়ং এর গুণাঙ্ক সর্বাধিক। তাই ইস্পাতই সর্বাধিক স্থিতিস্থাপক বস্তু।

10. উত্তর: ঘ) অসমদিক ধর্মী বস্তু [সি. বো. ২৩; মা. বো. ২৩]

ব্যাখ্যা: অসমদিক ধর্মী (Anisotropic) বস্তুসমূহের ভিন্ন ভিন্ন দিকে ভিন্ন ভিন্ন স্থিতিস্থাপক ধর্ম বা ভিন্ন ভিন্ন ইয়ং গুণাঙ্ক বিদ্যমান থাকে। সমদিক ধর্মী বস্তুতে সবদিকে ধর্ম একই থাকে।

প্রশ্নসমূহ

14. স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে বিকৃতি কীরূপ হবে? [চ. বো. ২৫]

   a) দুই তৃতীয়াংশ
   b) অর্ধেক
   c) দ্বিগুণ
   d) তিনগুণ

15. নিচের কোন রাশিটি মাত্রাবিহীন রাশি? [রা. বো. ২৩; চ. বো. ১৯]

   a) বিকৃতি
   b) পীড়ন
   c) ইয়ং গুণাঙ্ক
   d) স্প্রিং ধ্রুবক

16. বল প্রয়োগে যদি কোনো বস্তুর আকারের পরিবর্তন হয় তাকে কী বলে? [য. বো. ২২]

   a) আকার পীড়ন
   b) আকার বিকৃতি
   c) আয়তন পীড়ন
   d) আয়তন বিকৃতি

সমাধান ও ব্যাখ্যা

14. উত্তর: ঘ) তিনগুণ

ব্যাখ্যা: হুকের সূত্র অনুযায়ী, স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন (Stress) ও বিকৃতি (Strain) সমানুপাতিক।

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

যেহেতু, পীড়ন $= \frac{F}{A}$ (যেখানে F = বল, A = ক্ষেত্রফল)। ক্ষেত্রফল ধ্রুবক থাকলে, পীড়ন প্রযুক্ত বলের (F) সমানুপাতিক হয়। সুতরাং, একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল তিনগুণ করলে পীড়ন তিনগুণ হবে, এবং পীড়নের সমানুপাতিক হওয়ায় **বিকৃতিও তিনগুণ হবে।**

15. উত্তর: ক) বিকৃতি

ব্যাখ্যা: একই জাতীয় রাশির অনুপাতের (যেমন: দৈর্ঘ্য/দৈর্ঘ্য বা $\frac{\Delta L}{L}$) কোনো একক নেই। বিকৃতি (Strain) হল দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ও আদি দৈর্ঘ্যের অনুপাত। তাই এটি একটি মাত্রাবিহীন রাশি। অন্যদিকে, পীড়ন, ইয়ং গুণাঙ্ক এবং স্প্রিং ধ্রুবকের নির্দিষ্ট মাত্রা ও একক আছে।

16. উত্তর: খ) আকার বিকৃতি

ব্যাখ্যা: কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে বস্তুর আয়তন বা আকারের পরিবর্তন হয়। বস্তুর কেবলমাত্র আকারের (আকৃতির) পরিবর্তন হলে এবং আয়তন অপরিবর্তিত থাকলে তাকে **আকার বিকৃতি (Shear Strain)** বলে। এই বিকৃতির কারণে বস্তুর বিভিন্ন তল পরস্পরের সাপেক্ষে সরে যায়।

প্রশ্নসমূহ

19. 1500 kg ভরের একটি বস্তু কোনো তারের এক প্রান্তে ঝুলানো আছে। তারটির অসহ পীড়ন 3×10^8 Nm^{-2} হলে তারের ব্যাসার্ধ কত? [ব. বো. ২৫]

    (a) 1.38×10^{-3} m

    (b) 3.24×10^{-3} m

    (c) 3.94×10^{-3} m

    (d) 4.19×10^{-3} m

20. 2 m দীর্ঘ একটি তারের দৈর্ঘ্য 0.02 m বৃদ্ধি পেলে তারটির দৈর্ঘ্য বিকৃতি হবে-- [কু. বো. ২৪]

    (a) 100

    (b) 0.04

    (c) 0.01

    (d) 0.009

21. কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করে তারটির দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হল। তারটির বিকৃতি-- [কু. বো. ২৩]

    (a) 0.25

    (b) 0.5

    (c) 1

    (d) 2

19. উত্তর: গ) 3.94×10^{-3} m

গণনা: আমরা জানি,

$$\frac{F}{A} = 3 \times 10^{8} \text{ N/m}^2$$

এখানে, $F = mg = 1500 \times 9.8$ N এবং $A = \pi r^2$।

$$\therefore \frac{1500 \times 9.8}{\pi r^2} = 3 \times 10^{8}$$
$$\Rightarrow r = \mathbf{3.94 \times 10^{-3}} \text{ m}$$

ব্যাখ্যা: অসহ পীড়ন (Breaking Stress) হলো সর্বোচ্চ পীড়ন যা সহ্য করতে পারে। এখানে বল ও ক্ষেত্রফলের সম্পর্ক থেকে ব্যাসার্ধ r বের করা হয়েছে।

20. উত্তর: গ) 0.01

গণনা:

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}}{\text{আদি দৈর্ঘ্য}} = \frac{0.02}{2} = \mathbf{0.01}$$

ব্যাখ্যা: 2 মিটার লম্বা তারের দৈর্ঘ্য 0.02 মিটার বেড়েছে। তাই বিকৃতি হবে $\frac{0.02}{2} = 0.01$। এটি মাত্রাবিহীন।

21. উত্তর: গ) 1

গণনা: ধরি, তারের আদি দৈর্ঘ্য L। দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হলে নতুন দৈর্ঘ্য $2L$ হয়।

$$\text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}, l = 2L - L = L$$

প্রশ্নসমূহ

22. কোনো বস্তুর আদিমাত্রা x এবং বল প্রযুক্ত হওয়ার পর মাত্রা y হলে বিকৃতি হবে-- [ব. বো. ২২]

    1. $x(x-y)$
    2. $x+(x-y)$
    3. $\frac{x}{x-y}$
    4. $\frac{x-y}{x}$ (টিক দেওয়া হয়েছে)

23. কোনো তারের অসহ পীড়ন নির্ভর করে তারের-- [কু. বো. ১৯]

    a. ব্যাসার্ধের উপর (টিক দেওয়া হয়েছে)
    b. দৈর্ঘ্যের উপর
    c. উপাদানের উপর
    d. প্রস্থচ্ছেদের আকৃতির উপর

24. 2 m দৈর্ঘ্য ও 1 mm^2 প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তারে 20 kg ভর ঝুলালে তারটি 1 mm প্রসারিত হয়। তারটির পীড়ন কত?

    1. 1.96×10^8 Nm^{-2} (টিক দেওয়া হয়েছে)
    2. 1.96×10^4 Nm^{-2}
    3. 2×10^7 Nm^{-2}
    4. 1.96×10^2 Nm^{-2}

22. উত্তর: ঘ) $\frac{x-y}{x}$

গণনা:

$$\text{বিকৃতি} = \frac{\text{মাত্রা পরিবর্তন}}{\text{আদি মাত্রা}} = \frac{x-y}{x}$$

ব্যাখ্যা: x থেকে y হতে গেলে পরিবর্তন হয় $x-y$। তাই বিকৃতি হবে $\frac{x-y}{x}$।

23. উত্তর: ক) ব্যাসার্ধের উপর

গণনা (ছবির বামপাশের সূত্র):

$$\text{অসহ পীড়ন} = \frac{F_{\text{max}}}{A}$$
$$\text{যেহেতু, } A = \pi r^2$$

ব্যাখ্যা: অসহ পীড়ন (Breaking Stress) হলো সর্বোচ্চ পীড়ন যা বস্তু সহ্য করতে পারে। এটি বস্তুর উপাদানের একটি ধর্ম। তবে বল প্রয়োগের সময় ক্ষেত্রফল A ও তার ব্যাসার্ধ r এর ওপর নির্ভর করে পীড়নের মান বের করা হয়। (F/A -কে বৃত্তাকারে মোড়ানো হয়েছে এবং পাশে r^2 লেখা আছে)।

24. উত্তর: ক) 1.96×10^8 Nm^{-2}

গণনা: আমরা জানি, পীড়ন $= \frac{F}{A}$

$$\text{বল, } F = mg = 20 \times 9.8 \text{ N}$$
$$\text{ক্ষেত্রফল, } A = 1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$20 \times 9.8$$

প্রশ্নসমূহ

28. কোনো তারকে কেটে সমান তিন টুকরা করা হলে, এতে তারের অসহভারের মান কত হবে? [দি. বো. ২৪; অনু. বো. ১৯]

   a. পূর্বের অর্ধেক
   b. পূর্বের এক-তৃতীয়াংশ
   c. পূর্বের সমান (টিক দেওয়া হয়েছে)
   d. পূর্বের এক-চতুর্থাংশ

29. একটি তারের উপাদানের ইয়ং এর গুণাঙ্ক 2×10^{11} Nm^{-2}। তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে হলে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর। [ব. বো. ২২]

   a. 3×10^{10} Nm^{-2} (টিক দেওয়া হয়েছে)
   b. 6×10^{11} Nm^{-2}
   c. 6×10^{-11} Nm^{-2}
   d. 3×10^{-11} Nm^{-2}

30. একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2 mm^2 এবং অসহ ভার 100 kg। তারের অসহ পীড়ন-- [চ. বো. ২৩; সং. বো. ১৮]

   a. 4.9×10^4 Nm^{-2}
   b. 4.9×10^8 Nm^{-2} (টিক দেওয়া হয়েছে)
   c. 5×10^6 Nm^{-2}
   d. 5×10^7 Nm^{-2}

28. উত্তর: গ) পূর্বের সমান

অসহভার $= \frac{F}{A}$। একটি তারকে কেটে টুকরো করলে তার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল (A) অপরিবর্তিত থাকে । যেহেতু একই উপাদানের তার, তাই অসহ পীড়ন ও অসহভার পূর্বের মতোই সমান থাকবে।

29. উত্তর: ক) $3 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$

আমরা জানি, ইয়ং এর গুণাঙ্কের সূত্র, $Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$

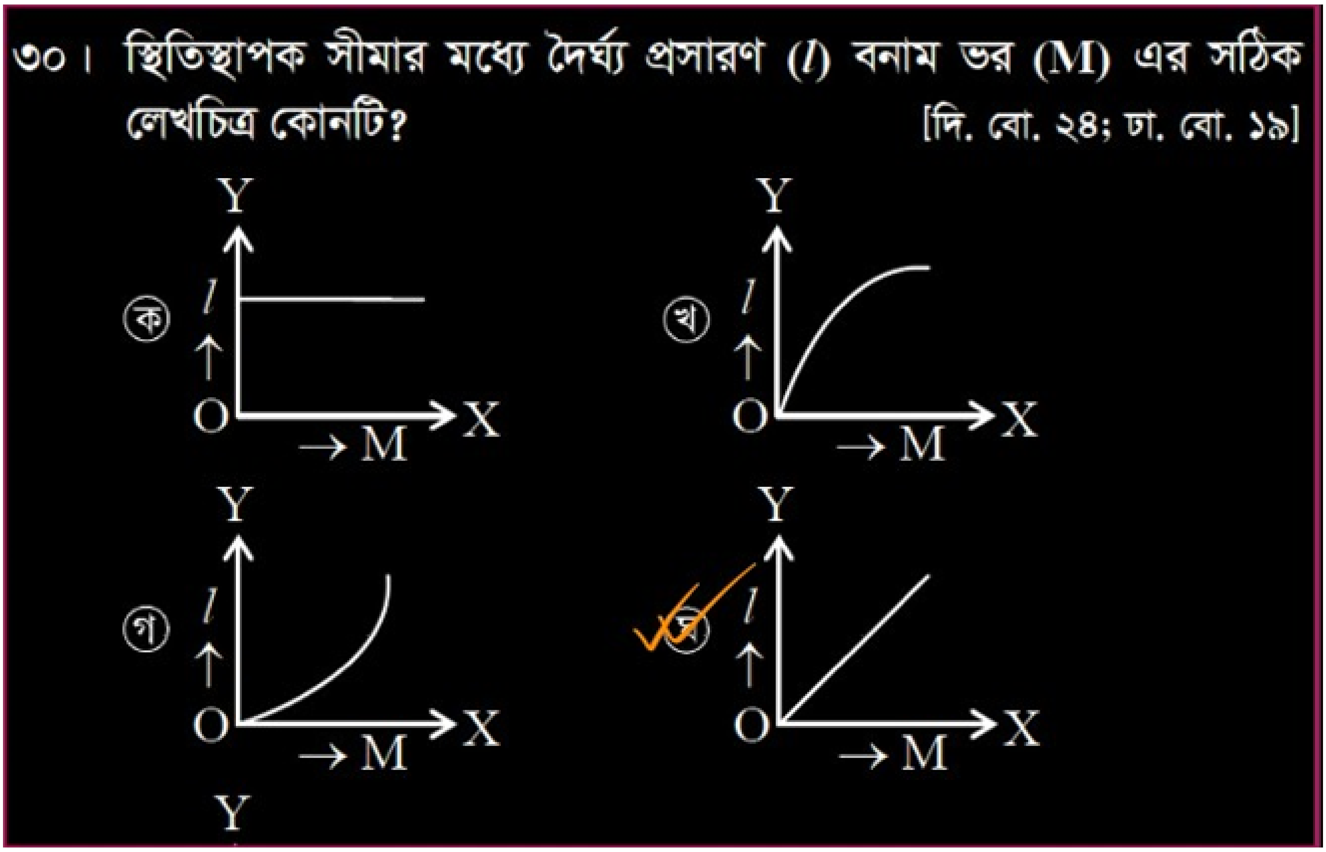
$$\begin{aligned} \text{এখানে, } Y &= 2 \times 10^{11}\ \text{Nm}^{-2} \\ \frac{\Delta L}{L} &= 15\% = 0.15 \\ \text{পীড়ন, } \frac{F}{A} &= Y \times \frac{\Delta L}{L} \\ &= (2 \times 10^{11}) \times 0.15 \\ &= \mathbf{3 \times 10^{10}}\ \text{Nm}^{-2} \end{aligned}$$

ব্যাখ্যা: দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে হলে বিকৃতি হবে 0.15। ইয়ং গুণাঙ্কের সূত্র ব্যবহার করে পীড়ন বের করা হয়েছে।

30. উত্তর: খ) $4.9 \times 10^{8}\ \text{Nm}^{-2}$

গণনা (ছবির নিচের বামপাশের কমলা অংশ): আমরা জানি, অসহ পীড়ন $= \frac{F_{\text{max}}}{A}$

$$\begin{aligned} \text{অসহ ভার, } F_{\text{max}} &= mg = 100 \times 9.8\ \text{N} \\ \text{ক্ষেত্রফল, } A &= 2\ \text{mm}^2 = 2 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \\ \therefore \text{অসহ পীড়ন} &= \frac{100 \times 9.8}{2 \times 10^{-6}} \end{aligned}$$



চিত্র 3: বিকৃতি সংক্রান্ত চিত্র

সমাধান ও ব্যাখ্যা

উত্তর: ঘ) চতুর্থ লেখচিত্রটি সঠিক।

ইয়ংয়ের গুণাঙ্কের সূত্র থেকে,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

এখানে, F হলো প্রযুক্ত বল। যেহেতু $F = Mg$ (যেখানে M = ভর), তাই:

$$Y = \frac{MgL}{Al}$$
$$\Rightarrow \frac{Al}{L} \cdot Y = Mg$$
$$\Rightarrow \frac{YA}{L} \cdot l = Mg$$

যদি আমরা ধ্রুবকগুলো একত্রিত করি, তবে পাই:

$$\frac{YA}{L} \cdot l = M \cdot g$$

(ছবিতে $\frac{YA}{L}$ কে একটি বৃত্তে আবদ্ধ করে $\frac{YA}{L} \cdot l = Mg$ লেখা হয়েছে।)

সরলরৈখিক সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা: আমরা জানি, Y, A, L এবং g সবই ধ্রুবক। সুতরাং সমীকরণটিকে লেখা যায়:

$$l = \left(\frac{gL}{YA}\right) \cdot M$$

বা, $\mathbf{l \propto M}$

সিদ্ধান্ত: যেহেতু, দৈর্ঘ্য প্রসারণ l এবং ভর M এর মধ্যে **সরলরৈখিক (Directly Proportional)** সম্পর্ক বিদ্যমান, তাই এর লেখচিত্র হবে একটি **সরলরেখা (Straight Line)**। লেখচিত্রটি $(0, 0)$ বিন্দু দিয়ে যাবে। এই কারণেই **ঘ) চতুর্থ লেখচিত্রটি** সঠিক উত্তর।