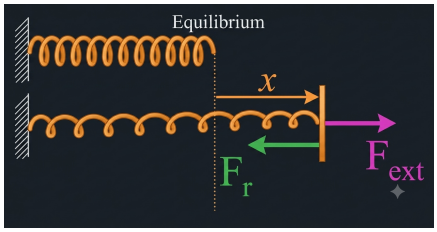
পদার্থের গাঠনিক ধর্ম

স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity)



``নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে বল প্রয়োগে বস্তুর আকার বা আকৃতির পরিবর্তন ঘটানোর পর যে ধর্মের কারণে বল অপসারণ করে নিলে বস্তু তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে যায়, তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।''

বিকৃতি ও পীড়নের ওপর ভিত্তি করে স্থিতিস্থাপকতা (বা স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক) প্রধানত ৩ ধরনের:

- দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপকতা (Longitudinal Elasticity)
- আয়তন স্থিতিস্থাপকতা (Bulk Elasticity)
- কর্তন / ব্যবর্তন / মোচড় স্থিতিস্থাপকতা (Shear Elasticity)

দৈর্ঘ্য পীড়ন, দৈর্ঘ্য বিকৃতি এবং ইয়ং-এর গুণাঙ্ক

দৈর্ঘ্য বিকৃতি

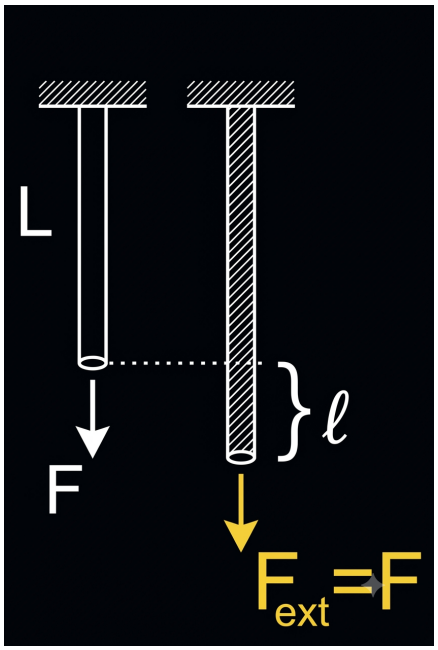
স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে, একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে।

$$\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}$$

যেখানে, $L =$ প্রাথমিক দৈর্ঘ্য

$l =$ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন

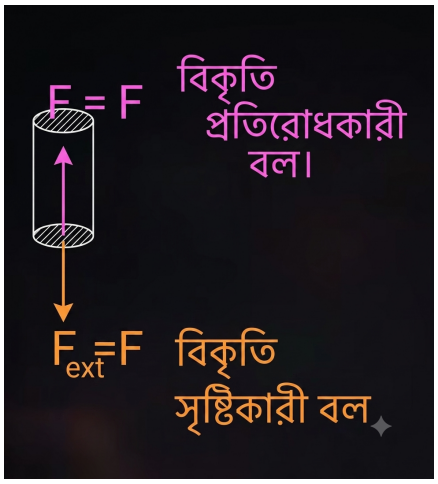
- 1 (একক) দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন = $\frac{l}{L}$



Rezaul Karim Rifat, SDS-JU

দৈর্ঘ্য পীড়ন

> ``একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে লম্বভাবে প্রযুক্ত বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে''
>
> $$\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F_r}{A} = \frac{F}{A}$$



সম্পর্ক ও তুলনা:

$$\frac{F_{ext}}{A} \longrightarrow \frac{l}{L} \longrightarrow \frac{F_r}{A}$$

$$\text{চাপ} \longrightarrow \text{বিকৃতি} \longrightarrow \text{পীড়ন}$$

A ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল = F

∴ 1 (একক) ক্ষেত্রফলে প্রযুক্ত বল = $\frac{F}{A}$

হুকের সূত্র (Hooke's Law)

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে,

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

$$\therefore \text{পীড়ন} = \text{স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক} \times \text{বিকৃতি}$$

মূল সূত্র:

$$\text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক} = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

(এখানে ধ্রুবকটিই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক হিসেবে পরিচিত, যা সংক্ষেপে Y দ্বারাও প্রকাশ করা হয়।)

দৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক / ইয়ং গুণাঙ্ক (Young's Modulus, Y)

$$Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{l}{L}}$$

$$\therefore Y = \frac{FL}{Al}$$

স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি (Stored Elastic Potential Energy)

① তারে বল প্রয়োগ

$$dW = F\,dl\cos 0^\circ$$
$$= F\,dl$$
$$W = \int_0^l F\,dl$$
$$= \int_0^l \frac{YA}{L}\,l\,dl$$

$$F = \frac{YA}{L}\,l$$

$$= \frac{YA}{L}\left[\frac{l^2}{2}\right]_0^l$$

$$\boxed{E = W = \frac{1}{2}\,\frac{YAl^2}{L}}$$

আবার,

$$\boxed{Y = \frac{FL}{Al}}$$

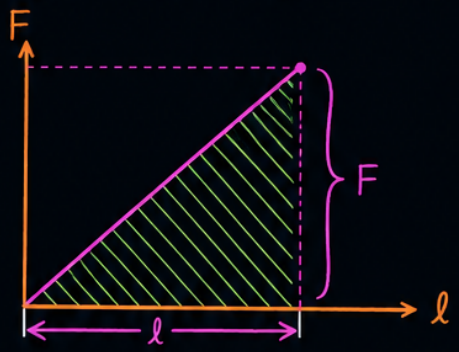
অর্থাৎ, $F \propto l$

তাই,

$$E = W = \frac{1}{2}\left(\frac{FL}{Al}\right)\frac{Al^2}{L}$$
$$= \frac{1}{2}\,Fl$$

$$\boxed{E = W = \frac{1}{2}\,Fl}$$

② Force–Extension Graph

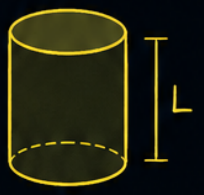


$$\boxed{W = \text{Area of triangle} = \frac{1}{2}\,Fl}$$

$$\therefore W = \frac{1}{2}\,Fl$$

③ একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক শক্তি

$$U = \frac{W}{V}$$



$V = AL$

এখন,

$$U = \frac{\frac{1}{2}\,\frac{YAl^2}{L}}{AL}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\,Y\left(\frac{l}{L}\right)^2}$$ (কারণ, $V = AL$)

আবার,

$$U = \frac{1}{2}\left(\frac{FL}{Al}\right)\frac{l^2}{L^2}$$
$$= \frac{1}{2}\,\frac{F}{A}\,\frac{l}{L}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}\,\frac{F}{A}\,\frac{l}{L} = \frac{1}{2}\,\text{Stress} \times \text{Strain}}$$

অর্থাৎ, $U = \frac{1}{2}\,(\text{Stress})\,(\text{Strain})$

চূড়ান্ত ফলাফলসমূহ

① $E = W = \frac{1}{2}\,\frac{YAl^2}{L}$

② $E = W = \frac{1}{2}\,Fl$

③ $U = \frac{W}{V}$

④ $V = AL$

⑤ $U = \frac{1}{2}\,Y\left(\frac{l}{L}\right)^2$

⑥ $U = \frac{1}{2}\,\frac{F}{A}\,\frac{l}{L}$

⑦ $U = \frac{1}{2}\,(\text{Stress})\,(\text{Strain})$

Y = ইয়ং গুণাঙ্ক (Young's Modulus)
A = অনুচ্ছেদ ক্ষেত্রফল (Cross-sectional area)
L = মূল দৈর্ঘ্য (Original length)
L = প্রসারণ (Extension)
F = বল (Force)
W = কাজ (Work done)
E = অস্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি (Elastic potential energy)
U = একক আয়তনে স্থিতিস্থাপক শক্তি (Energy density)

Rezaul Karim Rifat, SDS-JU